

Zeszyty Naukowe Instytutu Ekspertyz
Ekonomicznych i Finansowych w Łodzi nr 11

Nieprawidłowości w funkcjonowaniu rynków finansowych w Polsce

Marcin Borys, Magdalena Lesiak,
Joanna Stępińska, Andrzej Stopczyński,
Wojciech Zatoń

Redakcja naukowa zeszytu
Andrzej Stopczyński

Zeszyty Naukowe Instytutu Ekspertyz Ekonomicznych
i Finansowych w Łodzi nr 11

**Nieprawidłowości w funkcjonowaniu
rynków finansowych w Polsce**

Marcin Borys, Magdalena Lesiak, Joanna Stępińska,
Andrzej Stopczyński, Wojciech Zatoń

Projekt badawczo-naukowy zrealizowany na zlecenie
Instytutu Ekspertyz Ekonomicznych i Finansowych w Łodzi

Redakcja naukowa zeszytu
Andrzej Stopczyński

Wydawca
Instytutu Ekspertyz Ekonomicznych i Finansowych w Łodzi

Korekta
Beata Świerkowska-Jóźwiak

Opracowanie i przygotowanie do druku
Bogusław Janowski

Druk
Drukarnia Oltom, Łódź
www.oltom.eu

ISBN

ISBN 978-83-969212-2-2



9 788396 921222

Spis treści

Od Redaktora	5
Charakterystyka banków spółdzielczych w Polsce i ich funkcjonowania w systemach ochrony instytucjonalnej Marcin Borys, Joanna Stępińska	7
Wstęp	8
1. Charakterystyka banków spółdzielczych	8
2. Dane finansowe dotyczące sektora banków spółdzielczych	13
3. Rola IPS oraz charakterystyka zrzeszeń w sektorze bankowości spółdzielczej w Polsce	16
Podsumowanie	23
Bibliografia	24
Zastosowanie prawa Newcomba-Benforda do identyfikacji sygnałów o manipulacji kursami papierów wartościowych notowanych na GPW Magdalena Lesiak, Andrzej Stopczyński	27
Wstęp	28
1. Przegląd literatury	31
2. Opis metodologii	33
3. Dane i metoda badań	34
Podsumowanie	38
Bibliografia	39
Zastosowanie prawa Benforda do analizy danych finansowych Wojciech Zatoń	43
Wstęp	44
1. Przegląd literatury	45
2. Metodyka	46
3. Charakterystyka danych i wyniki badania	49
Podsumowanie	50
Bibliografia	52

OD REDAKTORA

Szanowni Czytelnicy,

Kolejny, jedenasty Zeszyt Naukowy Instytutu Ekspertyz Ekonomicznych i Finansowych w Łodzi pokazuje szeroki zakres prac badawczych prowadzonych przez pracowników naukowych Zakładu Rynków Finansowych, Bankowości i Ubezpieczeń.

Pierwszy artykuł przedstawiający sektor banków spółdzielczych i rolę systemów ochrony instytucjonalnej w integracji i zapewnieniu stabilności tych banków (M. Borys, J. Stępińska) jest publikacją z planowanego cyklu artykułów poświęconych nieprawidłowościom charakterystycznym dla małych, lokalnych instytucji kredytowych.

Kolejne dwa artykuły mają odmienny charakter. Odnoszą się do określonej metody wykrywania intencjonalnych manipulacji. W obu z nich oceniane jest wykorzystanie prawa Newcomba-Benforda (opisującego rozkład cyfr na pierwszej i kolejnych pozycjach w zbiorach liczb, które zostały utworzone z udziałem czynnika losowego) do identyfikacji manipulacji w sprawozdaniach finansowych spółek (W. Zatoń) oraz próbach intencjonalnego wpływania na poziom popytu na rynkach finansowych (M. Lesiak, A. Stopczyński). Uzyskane wyniki wskazują na możliwy istotny udział podmiotów dokonujących manipulacji w analizowanej próbie badawczej, jednak wnioski z badania nie są jednoznaczne.

Zapraszam do lektury
Andrzej Stopczyński

Charakterystyka
banków spółdzielczych w Polsce
i ich funkcjonowania w systemach
ochrony instytucjonalnej

Marcin Borys
Joanna Stępińska

Wstęp

Celem artykułu jest przybliżenie charakterystyki funkcjonowania sektora banków spółdzielczych w Polsce oraz działanie systemów ochrony instytucjonalnej (IPS, ang. *Institutional Protection Scheme*), w ramach którego działają te banki.

W pierwszej części artykułu dokonano charakterystyki banków spółdzielczych, w kolejnej części przedstawiono zmiany, które dokonały się w tym sektorze w ostatnich latach oraz podstawowe dane finansowe dotyczące tego sektora. W trzeciej części opisano rolę IPS w bankowości spółdzielczej w Polsce oraz przeprowadzono porównanie dwóch funkcjonujących w Polsce zrzeszeń skupiających banki spółdzielcze. W podsumowaniu przedstawiono wnioski dotyczące funkcjonowania sektora banków spółdzielczych w Polsce.

1. Charakterystyka banków spółdzielczych

Banki spółdzielcze odgrywają istotną rolę w systemie bankowym. Tego typu banki mają długą tradycję funkcjonowania. Jak wskazuje Rosa (2019) pierwsze z nich powstawały w Austrii, Niemczech i Prusach, a w Polsce zaczęły działać w drugiej połowie XIX w. Banki spółdzielcze zajmują się głównie przyjmowaniem wkładów pieniężnych, prowadzeniem rachunków bankowych, udzielaniem kredytów i pożyczek pieniężnych, przeprowadzaniem bankowych rozliczeń pieniężnych, świadczeniem usług płatniczych, a także nabywaniem i zbywaniem wierzytelności pieniężnych. Działają w formie spółdzielni na podstawie przepisów Ustawy z dnia 29 sierpnia 1997 r. Prawo bankowe z późn.

zm.¹, przepisów Ustawy z dnia 7 grudnia 2000 r. o funkcjonowaniu banków spółdzielczych, ich zrzeszaniu i bankach zrzeszających z późn. zm.² oraz Ustawy z dnia 16 września 1982 r. Prawo spółdzielcze z późn. zm.³

Na koniec 2022 r. wartość kredytów udzielonych przez banki spółdzielcze: sektorowi niefinansowemu wynosiła 68 mld PLN, zaś sektorowi instytucji rządowych i samorządowych 11,8 mld PLN, stanowiąc odpowiednio 6% i 12% udziału w należnościach całego sektora bankowego (tabela 1)⁴. Cechą banków spółdzielczych jest ich lokalny charakter. Jak wskazują Nowacka i Szewczyk-Jarocka (2015) banki spółdzielcze pełnią szereg istotnych funkcji w obszarach, w których. Mogą przyczyniać się do zmniejszania problemu bezrobocia w małych miejscowościach, aktywizacji lokalnej społeczności, rozwoju przedsiębiorczości i miejscowości, w których działają, rozbudowy i unowocześniania lokalnej infrastruktury, czy ochrony środowiska.

Tabela 1. Należności banków spółdzielczych oraz całego polskiego sektora bankowego, stan na grudzień 2022 r. (w PLN)

Należności	od sektora niefinansowego	od sektora instytucji rządowych i samorządowych
banków spółdzielczych	67 996 771 654	11 809 952 181
całego sektora bankowego	1 116 905 988 803	95 993 307 863
udział należności banków spółdzielczych w należnościach całego sektora bankowego	6%	12%

Źródło: opracowanie własne na podstawie *Danych miesięcznych sektora bankowego* publikowanych przez KNF.

Obszar prowadzenia działalności przez banki spółdzielcze wynika z przepisów prawa i zależy od wielkości kapitału założycielskiego banku. Zagadnienie to uregulowane zostało w Ustawie z dnia 7 grudnia 2000 r. o funkcjonowaniu banków spółdzielczych, ich zrzeszaniu się i bankach zrzeszających. W art. 5 ww. Ustawy wskazano, że bank spółdzielczy prowadzi działalność na terenie powiatu, w którym znajduje się jego siedziba, oraz na terenie powiatów, w których w dniu wejścia w życie Ustawy znajdują się jego placówki wykonujące czynności bankowe. Natomiast ten, którego kapitał założycielski jest wyższy niż równowartość 1 mln euro, lecz niższy niż równowartość 5 mln euro może prowadzić działalność na terenie województwa, w którym znajduje się

1 Dz.U. 1997 nr 140 poz. 939.

2 Dz.U. 2000 nr 119 poz. 1252.

3 Dz.U. 1982 nr 30 poz. 210.

4 Na podstawie *Danych miesięcznych sektora bankowego* publikowanych przez KNF. Dla porównania udział sektora bankowego wynosił w tych kategoriach odpowiednio 1 182 mld PLN oraz 97 mld PLN. https://www.knf.gov.pl/?articleId=56224&p_id=18 [dostęp: 20.07.2023].

jego siedziba, oraz na terenie powiatów, w których znajdują się jego placówki wykonujące czynności bankowe. Najszerzy zakres działania mają banki spółdzielcze posiadające kapitał założycielski o równowartości co najmniej 5 mln euro, w takim przypadku mają możliwość prowadzenia działalności na obszarze całego kraju. Jednocześnie należy wskazać, że zgodnie z art. 172 Prawa bankowego banki spółdzielcze, które zrzeszyły się z bankiem zrzeszającym, zostały zobligowane w terminie do 2010 r. do zwiększenia sumy funduszy własnych do poziomu co najmniej 1 000 000 euro. Jak wynika z informacji publikowanych przez KNF⁵ w 2022 r. 210 banków spółdzielczych posiadało fundusze własne wyższe niż równowartość 5 mln euro⁶.

Warto wspomnieć, że zgodnie z art. 3, 4 oraz 16 Ustawy o funkcjonowaniu banków spółdzielczych, ich zrzeszaniu i bankach zrzeszających, banki spółdzielcze i zrzeszające mogą należeć do Krajowego Związku Banków Spółdzielczych oraz do Związku Banków Polskich. Możliwa jest również ich przynależność do innych organizacji powołanych w celu reprezentowania wspólnych interesów gospodarczych tych banków. Co ważne, banki spółdzielcze są obowiązane zrzeszyć się z bankiem zrzeszającym. Takie zrzeszenie banku spółdzielczego następuje na podstawie umowy zrzeszenia z jednym bankiem zrzeszającym. Bank spółdzielczy zobligowany jest do posiadania lub nabycia co najmniej jednej akcji banku zrzeszającego. Decyzje w sprawie zawierania umów nadzoruje KNF.

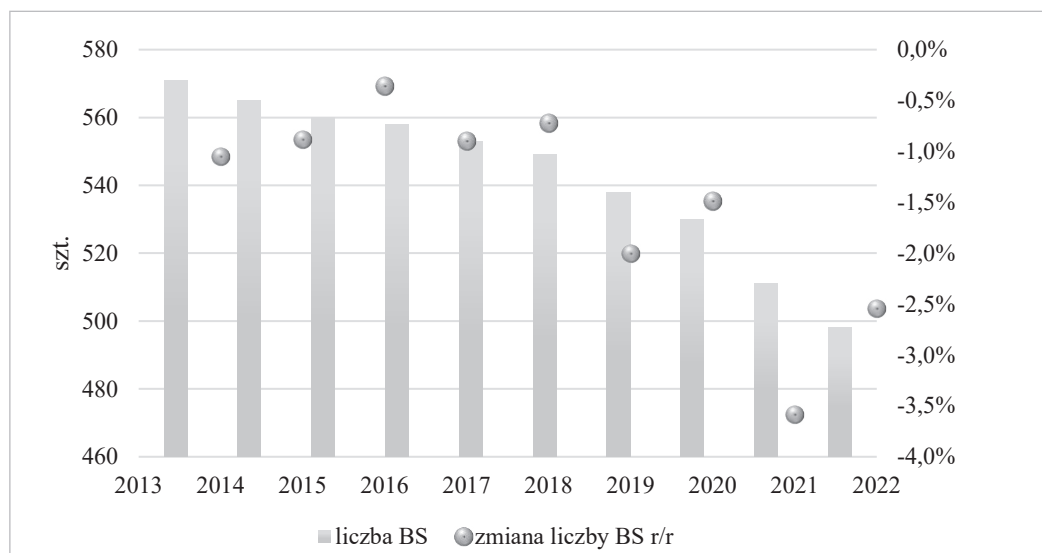
Rozmiary sektora bankowości spółdzielczej w Polsce

W ostatnich latach można zaobserwować postępujący spadek liczby banków spółdzielczych w Polsce. W okresie ostatnich 10 lat liczba banków spółdzielczych systematycznie spadała: z 571 w 2013 r. do 498 w 2022 r., tj. o 13%. Spadek rok do roku wynosił od 0,4% (w 2016 r.) do 3,6% (w 2021 r.). Zmiany te przedstawia wykres 1.

5 Raport UKNF – Sytuacja banków spółdzielczych i zrzeszających po IV kwartale 2022 r.

6 Na koniec 2022 r. funkcjonowało 496 banków spółdzielczych oraz 2 banki zrzeszające.

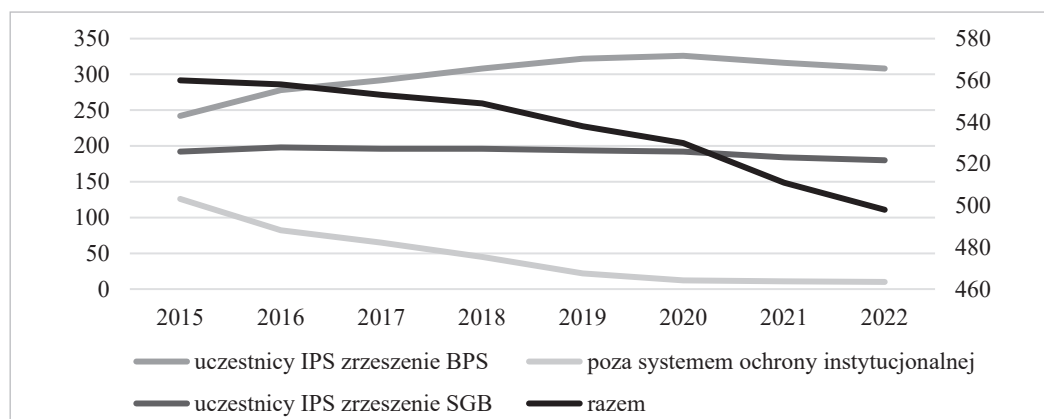
Wykres 1. Liczba banków spółdzielczych w latach 2013–2022



Źródło: opracowanie własne na podstawie raportów KNF o sytuacji banków spółdzielczych i zrzeszających za lata 2013-2022.

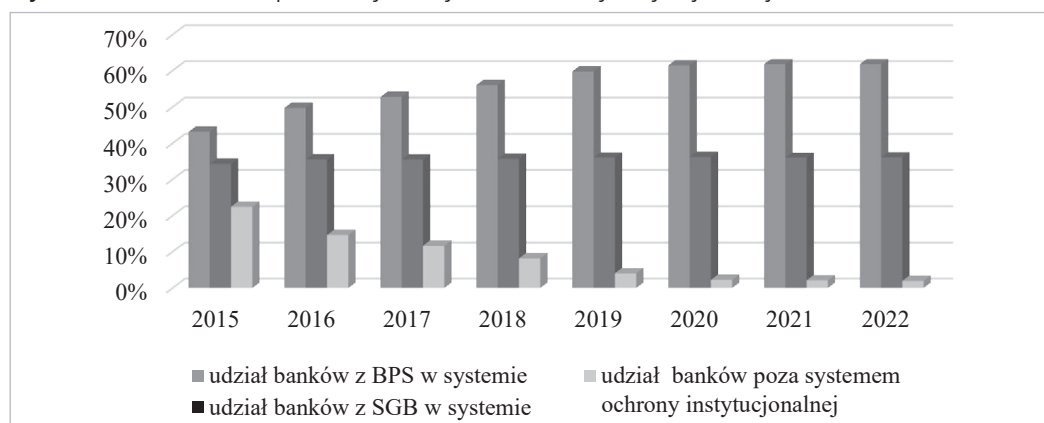
Przyglądając się sytuacji sektora banków spółdzielczych należy zaznaczyć powstanie w 2015 r. dwóch dużych systemów ochrony instytucjonalnej, w ramach którego działają banki spółdzielcze. Dnia 23.11.2015 r. 192 banki należące do zrzeszenia SGB zawarły Umowę Systemu Ochrony SGB. W grupie tej znalazły się: bank zrzeszający oraz 191 z 202 banków spółdzielczych należących do zrzeszenia. Natomiast dnia 31.12.2015 r. Umowę Systemu Ochrony Zrzeszenia BPS zawarły 242 banki należące do Zrzeszenia BPS. W składzie tym znalazł się bank zrzeszający oraz 241 z 357 banków spółdzielczych będących członkami zrzeszenia⁷. Na koniec 2022 r. 308 banków było członkami systemu ochrony IPS BPS, 180 w IPS SGB, poza systemem IPS działało natomiast 10 banków. Zauważalna staje się coraz bardziej rola IPS. Wzrost znaczenia instytucjonalnych systemów ochrony dla sektora bankowości spółdzielczej zauważa Jurkowska (2018), co zostało opisane w dalszej części opracowania. W Polsce można odnotować, że coraz mniej banków pozostaje poza systemem ochrony instytucjonalnej (wykres 2). Pod uwagę wzięty został okres od 2015 r. tj. momentu powstania systemów ochrony instytucjonalnej.

⁷ Raport Departamentu Bankowości Spółdzielczej i Spółdzielczych Kas Oszczędnościowo-Kredytowych KNF – Banki spółdzielcze i zrzeszające 2015 r.

Wykres 2. Liczba banków spółdzielczych w IPS w latach 2015–2022⁸

Źródło: opracowanie własne na podstawie raportów KNF o sytuacji banków spółdzielczych i zrzeszających za lata 2015–2022.

W analizowanym okresie 2015–2022 można zauważyć stabilny poziom udziału banków zrzeszonych w SGB w sektorze bankowości spółdzielczej, na poziomie 36% w ostatnich latach. Zwiększa się natomiast systematycznie udział banków zrzeszonych w BPS, z poziomu 43% w 2015% do 62% w 2022 r. Udział banków pozostających poza systemem ochrony instytucjonalnej znacząco zmalał w ostatnich latach. Jeszcze w 2015 r. poza systemem ochrony był niemal co czwarty bank spółdzielczy, obecnie jest to marginalny poziom ok. 2%. Uwagę zwraca również fakt, że w ostatnich trzech-czterech latach udział banków w poszczególnych zrzeszeniach (i poza nimi) jest bardzo stabilny. Szczegóły w tym zakresie przedstawia wykres 3.

Wykres 3. Udział banków spółdzielczych w systemie ochrony instytucjonalnej w latach 2015–2022

Źródło: opracowanie własne na podstawie raportów KNF o sytuacji banków spółdzielczych i zrzeszających za lata 2015–2022.

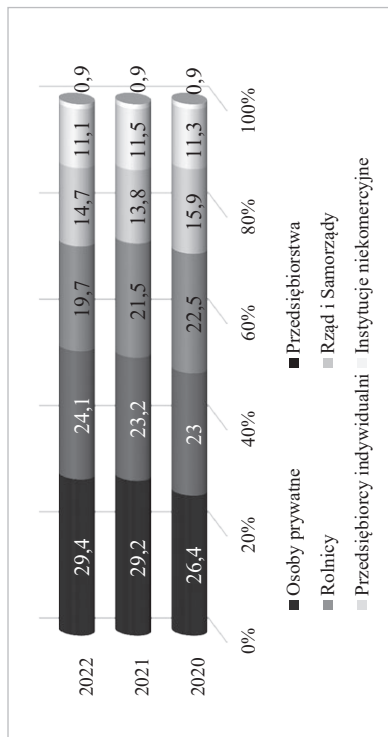
⁸ W tym banki zrzeszające.

2. Dane finansowe dotyczące sektora banków spółdzielczych

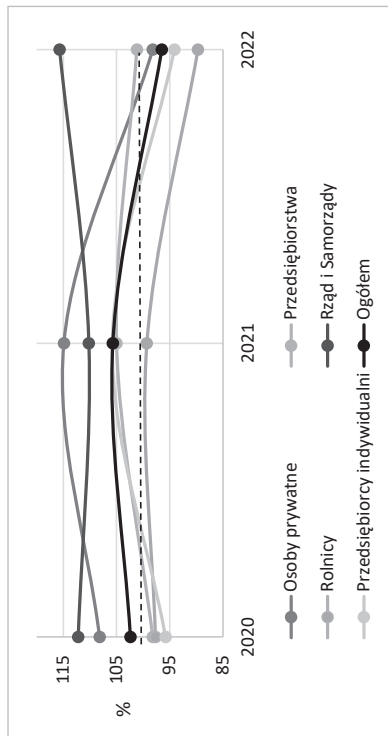
Banki spółdzielcze działają głównie na obszarach wiejskich oraz w małych i średnich miastach. Swoją ofertę kierują przede wszystkim do klientów indywidualnych, rolników, mikro, małych i średnich przedsiębiorstw, a także do jednostek samorządu terytorialnego. Jak pokazuje wykres 4 banki spółdzielcze udzielają finansowania głównie osobom prywatnym (blisko 30%), przedsiębiorstwom (ok. 24%) oraz rolnikom (prawie 20%). Udział w finansowaniu poszczególnych grup kredytobiorców jest podobny w ostatnich latach. W 2022 r. zauważalny jest spadek należności od rolników, co związane jest ze spadkiem wniosków kredytowych składanych przez tę grupę, natomiast można wskazać, że największa dynamika należności wystąpiła w przypadku należności od sektora samorządowego. Dynamikę należności od podmiotów sektora niefinansowego i samorządowego przedstawia wykres 5.

Jeżeli zaś chodzi o strukturę depozytów w bankach spółdzielczych, to największy udział (ponad połowa) należy do osób prywatnych, 1/3 zapewniają pozostali uczestnicy sektora niefinansowego, kilkunastoprocentowy udział ma sektor budżetowy, a sektor finansowy ma w tej kategorii marginalne znaczenie (wykres 6). Na koniec 2022 r. nie odnotowano większych zmian jeżeli chodzi o dynamikę depozytów. Warto zwrócić uwagę na dynamikę depozytów w 2020 r., w tym okresie zmiany były bardziej zauważalne, szczególnie w przypadku sektora budżetowego. Zmiana w tej kategorii w odniesieniu do roku poprzedniego wyniosła ponad 160%. Informacje dotyczące dynamiki depozytów zostały zamieszczone na wykresie 7.

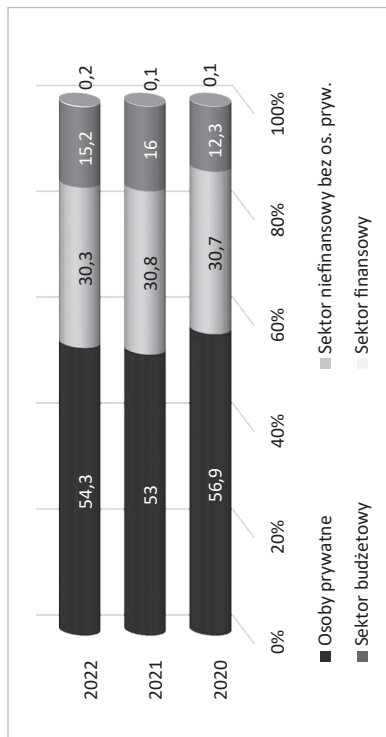
Wykres 4. Struktura portfela kredytowego banków spółdzielczych



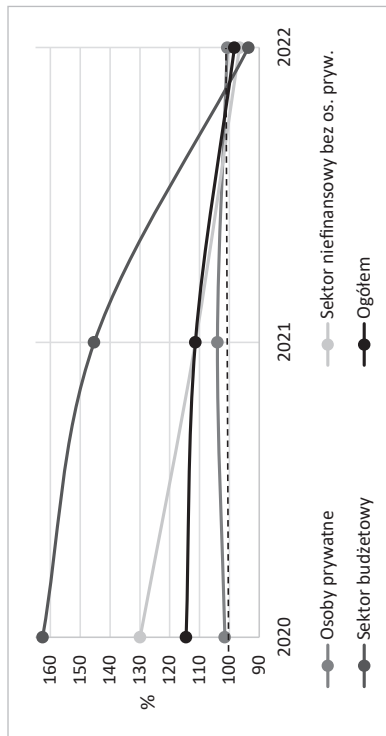
Wykres 5. Dynamika należności od podmiotów sektora niefinansowego i samorządowego (r/r, poprzedni rok = 100%)



Wykres 6. Struktura depozytów banków spółdzielczych



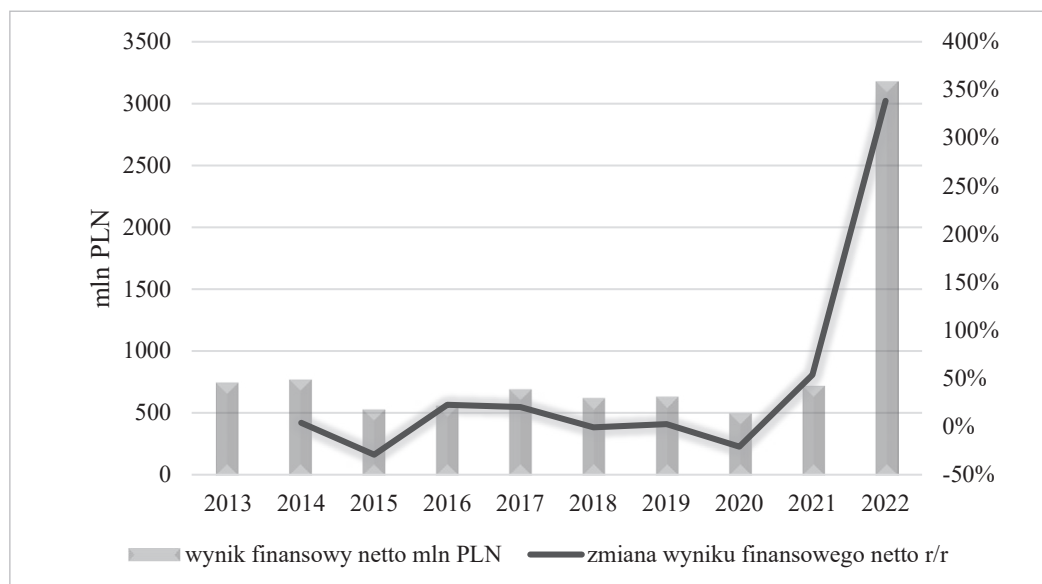
Wykres 7. Dynamika depozytów banków spółdzielczych (r/r, poprzedni rok = 100%)



Źródło: opracowanie własne na podstawie raportów KNF o sytuacji banków spółdzielczych i zrzeszających za lata 2020-2022.

W 2022 r. sektor banków spółdzielczych odnotował skokowy, niespotykany w ostatnich latach wzrost wyniku finansowego (wykres 8). Jest to efekt wynikający ze wzrostu wyniku odsetkowego spowodowanego podwyżką stóp procentowych NBP w 2022 r. Wzrost wyniku odsetkowego zniwelował oddziaływanie negatywnie wpływających na wynik czynników, wśród których najistotniejsze okazały się koszty administracyjne (-1 441,64 mln PLN) oraz rezerwy celowe i odpisy (-1 063,73 mln PLN).

Wykres 8. Wynik finansowy netto banków spółdzielczych w latach 2013-2022



Źródło: opracowanie własne na podstawie raportów KNF o sytuacji banków spółdzielczych i zrzeszających za lata 2013-2022.

Warto przyjrzeć się jakości portfeli kredytowych banków spółdzielczych. Informacji w tym zakresie dostarcza analiza poziomu wyrezerwowania należności z utratą wartości od sektora niefinansowego (wykres 9 – lewa oś) oraz wskaźnika NPL⁹ obrazującego relację należności zagrożonych do ogółu należności od sektora niefinansowego (wykres 9 – prawa oś).

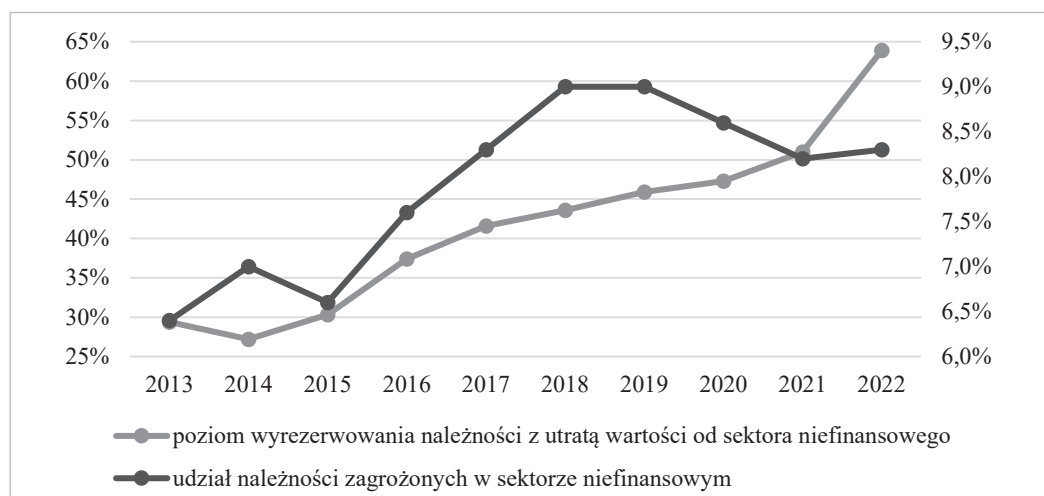
Należy zwrócić uwagę, na istotny przyrost poziomu wyrezerwowania należności w analizowanym okresie, z wartości ok. 30% w latach 2013–2015, przez wyniki rzędu ok. 50% w latach 2020–2021, aż do wartości blisko 64% w 2022 r. Dane te pozwalają stwierdzić, że banki spółdzielcze tworzą coraz wyższe rezerwy na należności, co lepiej zabezpiecza ryzyko kredytowe. Dwukrotny wzrost wskaźnika, porównując rok 2022 r. z początkiem analizowanego okresu

9 NPL (ang. *Non-Performing Loan*) – kredyty niepracujące, przeterminowane.

skłania jednak do refleksji, czy rezerwy we wcześniejszych okresach były tworzone na odpowiednich poziomach, czy też wartości te były przez banki spółdzielcze niedoszacowane.

Warto w tym miejscu zwrócić uwagę, że prezentowane dane pochodzą z raportów KNF, które zostały pozyskane od banków. Nie można wykluczyć, że rzeczywisty udział należności zagrożonych w bankach spółdzielczych był jeszcze wyższy. Należy bowiem mieć na uwadze zgłaszane przez KNF, w raportach z kontroli, przypadki nieprawidłowej klasyfikacji ekspozycji kredytowych do odpowiednich grup ryzyka przez banki.

Wykres 9. Poziom wyrezerwowania należności z utratą wartości od sektora niefinansowego a udział należności zagrożonych w należnościach od sektora niefinansowego w latach 2013-2022 (w %)



Źródło: opracowanie własne na podstawie raportów KNF o sytuacji banków spółdzielczych i zrzeszających za lata 2013-2022.

3. Rola IPS oraz charakterystyka zrzeszeń w sektorze bankowości spółdzielczej w Polsce

Jak już wspomniano powyżej, w 2015 r. nastąpiła istotna zmiana dotycząca funkcjonowania banków spółdzielczych w Polsce. W ramach dwóch zrzeszeń banków spółdzielczych powstały systemy ochrony instytucjonalnej:

1. Spółdzielczy System Ochrony SGB (utworzony 23 listopada 2015 r. przez banki spółdzielcze zrzeszone w SGB oraz SGB-Bank S.A.),
2. System Ochrony Zrzeszenia BPS (utworzony 22 grudnia 2015 r. przez banki spółdzielcze zrzeszone w BPS oraz BPS S.A.).

Ich utworzenie było związane z koniecznością dostosowania warunków funkcjonowania bankowości spółdzielczej w Polsce do wymogów regulacyjnego pakietu unijnego CRR/CRD. Pojawienie się IPS (ang. *Institutional Protection Scheme*) w zrzeczeniach banków spółdzielczych znacznie przybliżyło polską bankowość spółdzielczą do rozwiązań znanych w bankowości europejskiej i uporządkowało funkcje nadzorcze (Lepczyński i Gostomski, 2018).

Utworzenie Systemów Ochrony w Polsce wymagało nowelizacji Ustawy o funkcjonowaniu banków spółdzielczych, ich zrzeszaniu się i bankach zrzeszających z 2000 r. Dodano Rozdział 3a – System ochrony, gdzie w art. 22a wskazano, że „celem funkcjonowania systemu ochrony jest zapewnienie płynności i wypłacalności każdego jego uczestnika na zasadach określonych w ustawie i umowie systemu ochrony, w szczególności przez udzielanie pożyczek, gwarancji i poręczeń na warunkach określonych w umowie systemu ochrony”¹⁰.

W statutach poszczególnych systemów ochrony zawarto szczegółowy zakres działań mających na celu zapewnienie płynności i wypłacalności każdego z jego uczestników:

1. SOZ BPS – monitorowanie, szacowanie i kontrola ryzyka działalności Członków Spółdzielni, prowadzenie działań prewencyjnych, restrukturyzacyjnych oraz stosowanie środków oddziaływania zgodnie z przepisami, realizowanie audytu wewnętrznego wobec Członków Spółdzielni¹¹.
2. SSO SGB – szacowanie, kontrolę monitorowanie ryzyka działalności Członków Spółdzielni, realizowanie audytu wewnętrznego wobec Członków Spółdzielni, udzielanie pomocy finansowej w formie i na zasadach określonych w Statucie i Przepisach¹².

Ponadto system ochrony może wspierać prowadzoną przez BFG¹³ przymusową restrukturyzację, która została wszczęta wobec banku spółdzielczego lub przejęcie banku, o którym mowa w art. 146b ust. 1 Ustawy Prawo bankowe, jeżeli bankiem przejmowanym jest bank spółdzielczy.

Każdy z systemów ochrony dysponuje trzema funduszami, które są przeznaczone na finansowanie celów funkcjonowania systemu:

1. **Fundusz pomocowy**

W art. 22g pkt. 3 Ustawy o funkcjonowaniu banków spółdzielczych, ich

¹⁰ Dz.U.2000.119.1252 z późn. zm.

¹¹ Statut SOZ BPS, <https://www.sozbps.pl/o-nas/statut> [dostęp: 05.07.2023].

¹² Statut SSO SGB, https://ips-sgb.pl/wp-content/uploads/Statut_Spoldzielni.pdf; [dostęp: 05.07.2023].

¹³ Bankowy Fundusz Gwarancyjny.

zrzeszaniu i bankach zrzeszających określono wysokość wpłat dokonywanych na fundusz pomocowy przez banki spółdzielcze będące uczestnikiem systemu: „Wpłata dokonywana przez uczestnika systemu ochrony na fundusz pomocowy nie może być niższa niż wysokość obniżki składki, o której mowa w art. 286 ust. 1 ustawy z dnia 10 czerwca 2016 r. o Bankowym Funduszu Gwarancyjnym, systemie gwarantowania depozytów oraz przymusowej restrukturyzacji, wynikająca z różnicy pomiędzy składką wyliczoną dla banku będącego uczestnikiem systemu ochrony oraz oszacowaną wielkością składki, w przypadku gdy bank ten nie uczestniczyłby w systemie ochrony”¹⁴.

2. **Mechanizm pomocy płynnościowej**, którego zasady są opisane w umowie systemu ochrony, a który jest wykorzystywany w związku ze wsparciem płynności banku-uczestnika.
3. **Mechanizm wsparcia**, który wykorzystywany jest między innymi w związku z przejęciem, o którym mowa w art. 174 ust. 1 Ustawy z dnia 10 czerwca 2016 r. o Bankowym Funduszu Gwarancyjnym, systemie gwarantowania depozytów oraz przymusowej restrukturyzacji¹⁵ lub przejęciem, o którym mowa w art. 146b ust. 1 Ustawy Prawo bankowe, jeżeli bankiem przejmowanym jest bank spółdzielczy.

Spółdzielczy System Ochrony SGB¹⁶

U podstaw powstania Spółdzielczego Systemu Ochrony SGB leży opublikowany w dniu 27 czerwca 2013 r. w Dzienniku Urzędowym UE finalny tekst tzw. pakietu CRD IV/CRR, w skład którego wchodzi:

- a. Rozporządzenie Parlamentu Europejskiego i Rady (UE) nr 575/2013 z dnia 26 czerwca 2013 r. w sprawie wymogów ostrożnościowych dla instytucji kredytowych i firm inwestycyjnych, zmieniające rozporządzenie (UE) nr 648/2012 (CRR ang. *Capital Requirements Regulation*).
- b. Dyrektywa Parlamentu Europejskiego i Rady 2013/36/UE z dnia 26 czerwca 2013 r. w sprawie warunków dopuszczenia instytucji kredytowych do działalności oraz nadzoru ostrożnościowego nad instytucjami kredytowymi i firmami inwestycyjnymi, zmieniająca dyrektywę 2002/87/WE i uchylająca dyrektywy 2006/48/WE oraz 2006/49/WE (CRD IV ang. *Capital Requirements Directive IV*).

¹⁴ Dz.U.2000.119.1252 z późn. zm.

¹⁵ Dz.U. 2016 poz. 996.

¹⁶ <https://ips-sgb.pl/geneza/> [dostęp: 13.12.2023].

Dyrektywa CRD IV reguluje kwestie związane m.in. z: tworzeniem banków, buforami kapitałowymi, nadzorem, zarządzaniem i ładem korporacyjnym banków oraz firm inwestycyjnych. Rozporządzeniu CRR określa przepisy dotyczące m.in.: funduszy własnych, wymogów kapitałowych, płynności i lewarowania.

W ramach wdrażania unijnych przepisów w czerwcu 2015 r. uchwalono nowelizację Ustawy o funkcjonowaniu banków spółdzielczych, ich zrzeszaniu i bankach zrzeszających, wprowadzającą nowy system ochrony instytucjonalnej, w ramach którego mogą zrzeszać się banki spółdzielcze. Była ona efektem dostosowania polskiego prawa do unijnego rozporządzenia z 2013 r. (tzw. rozporządzenie CRR), nakładającego na banki nowego rodzaju normy ostrożnościowe. W celu wypełnienia tych norm banki mają tworzyć nowego rodzaju zrzeszenia.

Ustawa zakłada m.in., że banki spółdzielcze mogą zrzeszać się w systemach ochrony instytucjonalnej (IPS), w ramach których wzajemnie gwarantują swoje zobowiązania. IPS gwarantują dodatkowe mechanizmy monitorowania ryzyka i dają bankom możliwość posiadania mniejszych tzw. „wag ryzyka” we własnych zasobach.

Prace nad regulacjami normującymi działanie Systemu Ochrony rozpoczęły się w zrzeszeniu SGB już w połowie 2013 r. Uruchomiono wtedy proces szerokich konsultacji nad sposobem zaimplementowania nowych przepisów wynikających z przepisów unijnych tj. dyrektywy CRD IV i rozporządzenia CRR. Zrzeszone banki spółdzielcze wybrały rozwiązanie polegające na stworzeniu Instytucjonalnego Systemu Ochrony z wyodrębnioną, w formie spółdzielni osób prawnych, jednostką zarządzającą – Spółdzielczym Systemem Ochrony SGB (IPS-SGB). W dniu 23.11.2015 r. została podpisana przez przedstawicieli 191 Banków Spółdzielczych Zrzeszenia SGB oraz Zarząd Banku Zrzeszającego – SGB-Banku S.A. Umowa Systemu Ochrony SGB.

System Ochrony Zrzeszenia BPS¹⁷ to porozumienie, w którym uczestniczą Bank Polskiej Spółdzielczości S.A. i zrzeszone z nim Banki Spółdzielcze, na mocy którego banki te zapewniają sobie wzajemnie wsparcie w zakresie płynności i wypłacalności w sytuacji wystąpienia trudności finansowych w którymkolwiek z tych banków.

Zrzeszenie BPS prowadziło w 2015 r. intensywne prace nad utworzeniem Systemu Ochrony Zrzeszenia BPS. W dniu 26.11.2015 r. zaakceptowany został

¹⁷ <https://www.sozbps.pl/o-nas> [dostęp: 13.12.2023].

przez Zgromadzenie Prezesów pakiet dokumentów regulujących funkcjonowanie tego Systemu. Dokumenty przekazane zostały do zatwierdzenia przez Komisję Nadzoru Finansowego. Po dokonaniu niezbędnych korekt dostosowujących projekt Umowy Systemu Ochrony Zrzeszenia BPS do wymagań nadzorczych, Komisja Nadzoru Finansowego na posiedzeniu w dniu 22.12.2015 r. zatwierdziła jej ostateczny kształt oraz jednogłośnie uznała System Ochrony Zrzeszenia BPS.

Doświadczenia z państw zachodnich pokazują, że systemy ochrony, funkcjonujące od wielu lat, przyczyniły się do wzmocnienia pewności działania banków, które zdecydowały się wspólnie zadbać o swoją przyszłość. Banki tworzące system ochrony mają możliwość **łączonego spełnienia normy płynności krótkoterminowej**. Dodatkowo uzyskane zezwolenie na stosowane zerowej wagi ryzyka dla wzajemnych należności uczestników systemu ochrony, pozwala na obniżenie obciążeń związanych z nowymi regulacjami europejskimi. Uzyskane przez banki w systemie ochrony odstępstwa od ogólnych wymagań wpływają ponadto na zmniejszenie wymogów kapitałowych, co bezpośrednio wpływa na ich zdolność kredytowania gospodarki.

Utworzenie dwóch IPS-ów powiązanych ze zrzeszeniem pozwala na skupienie się tych instytucji nad bankami posiadającymi zbliżone przepisy i funkcjonujące w podobny sposób, co umożliwia lepszą standaryzację i ocenę poszczególnych członków zrzeszenia. Funkcjonowanie w ramach IPS-ów pozwala bankom spółdzielczym na pewne korzyści. Do najważniejszych zaliczyć można:

1. Obniżenie wymogów kapitałowych oraz zwiększenie możliwości spełniania normy płynności LCR.
2. Podniesienie efektywności wykorzystania środków uczestników systemu.
3. Ujednolicenie systemu zarządzania ryzykiem i płynnością.
4. Możliwość dokonania przeglądu poszczególnych uczestników zrzeszenia (Koleśnik, 2013).

Poza wymienionymi powyżej przyczynami powstania systemów ochrony istotnym aspektem dla banków spółdzielczych należących do systemu jest audytowanie przez pracowników IPS-ów różnych obszarów działalności banku-uczestnika, w tym przede wszystkim z zakresu ryzyka kredytowego. Przeprowadzenie takiego audytu z jednej strony wpływa na wypracowanie standardów i pracę według jednolitych przepisów dla całego zrzeszenia przez wszystkie banki spółdzielcze, a z drugiej strony pozwala na szybszą

identyfikację ryzyka wynikającą ze stwierdzonych nieprawidłowości. W przypadku systemu, w którym każdy z jego uczestników ma wpływ na jego funkcjonowanie, poprawa wyników poszczególnych członków ma duże znaczenie dla efektywności funkcjonowania wszystkich banków wchodzących w skład danego systemu ochrony zrzeczenia.

Porównanie zrzeczenia BPS i SGB

Opisane powyżej systemy ochrony instytucjonalnej funkcjonują na bazie dwóch zrzeczeń banków spółdzielczych – BPS i SGB. Wybrane wskaźniki charakteryzujące poszczególne zrzeczenia zostały przedstawione w tabeli 2.

Tabela 2. Przegląd zrzeczeń banków spółdzielczych w Polsce według danych na lipiec 2023 r.

Lp.	Wyszczególnienie	Bank Polskiej Spółdzielczości BPS	Spółdzielcza Grupa Bankowa SGB	Struktura BPS / SGB
1.	Liczba uczestników zrzeczenia*	307 + 1 (BPS S.A.)	179 + 1 (SGB S.A.)	64% / 36%
2.	Liczba oddziałów	≈ 1846	≈ 1332	58% / 42%
3.	Liczba pracowników	15 054**	10 441***	59% / 41%
4.	Suma bilansowa członków zrzeczenia	105,4 mld PLN	71,0 mld PLN	60% / 40%
5.	Suma należności kredytowych od sektora niefinansowego	42,0 mld PLN	29,0 mld PLN	59% / 41%
6.	Suma funduszy własnych	7,56 mld PLN	5,27 mld PLN	59% / 41%
5.	Współczynnik wypłacalności	17,86%	19,24%	
6.	Wskaźnik C/I	45,45% (72,38% w 2021)	48,1% (74% w 2021)	
7.	Wskaźnik NPL	8,0%	4,57% (4,3% w 2021)	
8.	Wskaźnik wyrezerwowania	59,0%	68,7%	
9.	ROA netto ¹⁸	1,70	1,80	
10.	Liczba przeprowadzonych fuzji banków w 2020-2023 ¹⁹	21	15	

* liczba uczestników zrzeczenia jest tożsama z liczbą uczestników systemu ochrony według danych ze stron internetowych banków na dzień 05.07.2023 r.

** liczba pracowników została oszacowana na podstawie danych zawartych w raporcie rocznym BPS – aktywa na zatrudnionego (7001,36 tys. PLN) odniesione do sumy wartości aktywów banków zrzeszonych w BPS.

*** dane uzyskane z raportu Systemu Ochrony IPS SGB za 2022 r.

Źródło: opracowanie własne na podstawie raportów rocznych banków zrzeszających oraz Systemów Ochrony BPS i SGB²⁰.

¹⁸ Wskaźnik ROA podany dla banków spółdzielczych bez banków zrzeszających.

¹⁹ Podano na podstawie analizy komunikatów KNF: <https://www.knf.gov.pl/komunikacja/komunikaty> [dostęp: 06.07.2023].

²⁰ BPS Raport Roczny 2022, Informacja o Systemie Ochrony Zrzeczenia BPS według stanu na dzień 31.12.2022 r., SGB Raport Roczny 2022 oraz Informacja na temat ryzyka w Systemie Ochrony SGB według stanu na 31.12.2022 r.

Analiza danych zawartych w tabeli 2 pozwala stwierdzić, iż zrzeszenie BPS istotnie przewyższa w niemal każdym aspekcie zrzeszenie SGB. Główną determinantą jest liczba członków zrzeszenia, która w przypadku BPS jest prawie dwukrotnie większa niż SGB. Taka proporcja wyznacza zbliżony trend w pozostałych aspektach funkcjonowania zrzeszeń jako całości, określona w wierszach 2-6 tabeli 2. Połączenia banków spółdzielczych w okresie 2020-2023, określone na podstawie analizy komunikatów KNF, wskazują na proporcjonalnie większy udział banków BPS w procesach łączenia. Natomiast w przypadku wyników związanych z jakością portfela kredytowego oraz wyników finansowych banków – lepsze wyniki uzyskały banki w zrzeszeniu SGB. Wskaźnik ROA netto był na zbliżonym poziomie 1,7 BPS–1,8 SGB.

Analizując potencjał banków spółdzielczych nie sposób odnieść ich wyników do całości rynku kredytów w Polsce. Udział banków spółdzielczych w finansowaniu podmiotów gospodarczych i osób fizycznych jest niewielki i stanowi ok. 6%. Jednakże w niektórych obszarach oraz lokalizacjach, gdzie nie występuje tak wysokie nasycenie lokalnego rynku placówkami banków komercyjnych, udział banków spółdzielczych jest istotnie wyższy.

Głównym problemem bankowości spółdzielczej jest zbyt niski poziom kapitałów własnych poszczególnych banków, który uniemożliwia szerszą i bardziej ekspansywną działalność. W związku z tym banki podejmują działania polegające na łączeniu się w większe jednostki, dysponujące wyższymi kapitałami oraz większą liczbą oddziałów. Dzięki temu zwiększają także rynek działania oraz możliwość oferowania swoich usług szerszemu gronu odbiorców. Jednocześnie tracą jednak charakter banku lokalnego, w którym podejmowane decyzje dotyczą klientów gminy lub powiatu. Występujące przyczyny przejść wśród banków spółdzielczych są złożone i będą stanowiły podstawę kolejnego artykułu dotyczącego bankowości spółdzielczej.

Podsumowanie

Banki spółdzielcze są istotnym elementem sektora bankowego zapewniającym finansowanie na poziomie mniejszych, lokalnych społeczności, udzielając kredytów głównie osobom prywatnym, mniejszym przedsiębiorstwom oraz rolnikom. Na przestrzeni ostatnich lat można zaobserwować zmniejszenie się liczby banków spółdzielczych z 571 w 2013 r. do 498 w 2022 r., ale również coraz mniejszą liczbę banków pozostających poza systemami zrzeszeń i ochrony.

Ważnym momentem dla działalności sektora banków spółdzielczych był 2015 r., kiedy to powstały dwa systemy ochrony instytucjonalnej: Spółdzielczy System Ochrony SGB utworzony przez banki spółdzielcze zrzeszone w SGB oraz SGB-Bank S.A. oraz System Ochrony Zrzeszenia BPS utworzony przez banki spółdzielcze zrzeszone w BPS oraz BPS S.A. Wśród najważniejszych punktów określających działanie tych instytucji wymienić można: monitorowanie, szacowanie i kontrolę ryzyka działalności ich członków, prowadzenie działań prewencyjnych oraz realizację audytów wewnętrznych wobec członków tych systemów ochrony. IPS dysponują systemami wewnętrznego wsparcia, które umożliwiają: funkcjonowanie funduszu pomocowego, mechanizm pomocy płynnościowej oraz mechanizm wsparcia.

Zauważyć można, że od 2015 r. wzrósł w bankach spółdzielczych udział należności zagrożonych w należnościach od sektora niefinansowego, a także poziom wyrezerwowania należności z utratą wartości od sektora niefinansowego. Dane te pozornie mogłyby wskazywać na pogorszenie się jakości portfeli kredytowych banków spółdzielczych. Należy jednak zwrócić uwagę, że kierunek zmian ww. wartości jest bliższy tym obserwowanym w bankach komercyjnych, co może świadczyć o tym, że zadziałały mechanizmy działania systemów ochrony instytucjonalnej wymuszające na bankach większą dbałość o procedury udzielania kredytów i jakość portfeli kredytowych.

Bibliografia

1. Ustawa z dnia 7 grudnia 2000 r. o funkcjonowaniu banków spółdzielczych, ich zrzeszaniu się i bankach zrzeszających (Dz.U.2000.119.1252 z późn. zm.).
2. Ustawa z dnia 29 sierpnia 1997 r. Prawo bankowe (Dz.U.1997.140.939 z późn. zm.).
3. Ustawa z dnia 16 września 1982 r. Prawo spółdzielcze (Dz.U. 1982 nr 30 poz. 210 z późn. zm.).
4. Ustawa z dnia 10 czerwca 2016 r. o Bankowym Funduszu Gwarancyjnym, systemie gwarantowania depozytów oraz przymusowej restrukturyzacji (Dz.U. 2016 poz. 996).
5. Jurkowska A. (2018), *Uwarunkowania regulacyjne prowadzenia działalności przez banki spółdzielcze w Polsce*, Bezpieczny Bank nr 3(72), <https://doi.org/10.26354/bb.3.3.72.2018>.
6. Rosa A. (2019), *Działalność banków spółdzielczych [w:] Ciągłość i zmiana – Sto lat rozwoju polskiej wsi*, Tom 1 i 2, Instytut Rozwoju Wsi i Rolnictwa PAN, s. 1077-1096.
7. Nowacka A, Szewczyk-Jarocka M. (2015), *Lokalny charakter działalności banków spółdzielczych*, „Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach” nr 250.
8. Koleśnik J. (2013), *Institutional Protection Scheme w sektorze banków spółdzielczych w Polsce – modelowe rozwiązania*, Annales UMCS Sectio h, Vol. 47(3), s. 283–291.
9. Lepczyński B., Gostomski E. (2018), *Rola systemów ochrony instytucjonalnej we wzmacnianiu bezpieczeństwa finansowego bankowości spółdzielczej w Polsce*, Prace naukowe UE we Wrocławiu nr 531.

Internetowe źródła danych

1. BPS Raport Roczny 2022 – <https://www.bankbps.pl/o-nas/raporty/raporty-roczne> [dostęp: 05.07.2023].
2. Informacja o Systemie Ochrony Zrzeszenia BPS według stanu na dzień 31.12.2022 r. – https://www.sozbps.pl/images/pdf/IV_-_Informacja_o_Systemie_31.12.2022_r.pdf [dostęp: 04.07.2023].
3. SGB Raport Roczny 2022 – https://www.sgb.pl/wp-content/uploads/2023/06/Raport_SGB-Bank_2022_28.06.pdf [dostęp: 05.07.2023].
4. Informacja na temat ryzyka w Systemie Ochrony SGB według stanu na 31.12.2022 r. – <https://ips-sgb.pl/2023/03/07/informacja-na-temat-ryzyka-w-systemie-ochrony-sgb-wedlug-stanu-na-31-12-2022-r/> [dostęp: 05.07.2023].
5. Raport Departamentu Bankowości Spółdzielczej i Spółdzielczych Kas Oszczędnościowo-Kredytowych KNF – Banki spółdzielcze i zrzeszające 2015 r. – https://www.knf.gov.pl/knf/pl/komponenty/img/BANKI_SPOLDZIELCZE_I_ZRZESZAJACE_2015_PREZENTACJA_47216.pdf [dostęp: 05.07.2023].
6. Raport UKNF – Sytuacja banków spółdzielczych i zrzeszających po IV kwartale 2022 r. – https://www.knf.gov.pl/knf/pl/komponenty/img/Sytuacja_bankow_spoldzielczych_i_zrzeszajacych_po_IV_kwartale_2022_82127.pdf [dostęp: 08.07.2023].
7. Raport UKNF – Sytuacja banków spółdzielczych i zrzeszających po IV kwartale 2021 r. – https://www.knf.gov.pl/knf/pl/komponenty/img/Sytuacja_bankow_spoldzielczych_i_zrzeszajacych_po_IV_kwartale_2021_78214.pdf [dostęp: 08.07.2023].
8. Raport UKNF – Sytuacja banków spółdzielczych i zrzeszających po IV kwartale 2020 r. – https://www.knf.gov.pl/knf/pl/komponenty/img/Informacja_o_sytuacji_bankow_spoldzielczych_i_zrzeszajacych_po_IV_kwartale_2020.pdf [dostęp: 08.07.2023].
9. Raport UKNF – Sytuacja banków spółdzielczych i zrzeszających po IV kwartale 2019 r. – raport KNF – https://www.knf.gov.pl/knf/pl/komponenty/img/Informacja_o_sytuacji_bankow_spoldzielczych_i_zrzeszajacych_po_IV_kwartale_2019_r_69773.pdf [dostęp: 08.07.2023].
10. Raport UKNF – Sytuacja banków spółdzielczych i zrzeszających w 2018 r. – https://www.knf.gov.pl/knf/pl/komponenty/img/Informacja_o_sytuacji_bankow_spoldzielczych_2018_65698.pdf [dostęp: 07.07.2023].
11. Raport UKNF – Sytuacja banków spółdzielczych i zrzeszających w 2017 r. – https://www.knf.gov.pl/knf/pl/komponenty/img/Informacja_o_sytuacji_BS_2017_61882.pdf [dostęp: 07.07.2023].
12. Raport UKNF – Sytuacja banków spółdzielczych i zrzeszających w 2016 r. – https://intranet.knf.gov.pl/knf/pl/komponenty/img/banki_spoldzielcze_raport_2016_54441.pdf [dostęp: 08.07.2023].

13. Raport UKNF – Sytuacja banków spółdzielczych i zrzeszających w 2015 r. – https://intranet.knf.gov.pl/knf/pl/komponenty/img/INFORMACJA_O_SYTUACJI_BANKOW_SPOLDZIELCZYCH_I_ZRZESZAJACYCH_2015_47217.pdf [dostęp: 07.07.2023].
14. Raport UKNF – Sytuacja banków spółdzielczych i zrzeszających w 2014 r. – https://www.knf.gov.pl/knf/pl/komponenty/img/Informacja_o_sytuacji_bankow_spoldzielczych_2014_41491.pdf [dostęp: 07.07.2023].
15. Raport UKNF – Sytuacja banków spółdzielczych i zrzeszających w 2013 r. – https://www.knf.gov.pl/knf/pl/komponenty/img/Raport_o_sytuacji_BS_2013_37854.pdf [dostęp: 07.07.2023].
16. Dane miesięczne sektora bankowego – https://www.knf.gov.pl/?articleId=56224&p_id=18 [dostęp: 20.07.2023].
17. Statut SOZ BPS – <https://www.sozbps.pl/o-nas/statut> [dostęp: 05.07.2023].
18. Statut SSO SGB – https://ips-sgb.pl/wp-content/uploads/Statut_Spoldzielni.pdf [dostęp: 05.07.2023].
19. <https://ips-sgb.pl/geneza/> [dostęp: 13.12.2023].
20. <https://www.sozbps.pl/o-nas> [dostęp: 13.12.2023].
21. Komunikaty KNF za okres 01.2020–07.2023 – <https://www.knf.gov.pl/komunikacja/komunikaty> [dostęp: 06.07.2023].

Spis tabel

- | | | |
|----|--|----|
| 1. | Tabela 1. Należności banków spółdzielczych oraz całego polskiego sektora bankowego, stan na grudzień 2022 r. (w PLN) | 9 |
| 2. | Tabela 2. Przegląd zrzeszeń banków spółdzielczych w Polsce według danych na lipiec 2023 r. | 21 |

Spis wykresów

- | | | |
|----|---|----|
| 1. | Wykres 1. Liczba banków spółdzielczych w latach 2013–2022 | 11 |
| 2. | Wykres 2. Liczba banków spółdzielczych w IPS w latach 2015–2022 | 12 |
| 3. | Wykres 3. Udział banków spółdzielczych w systemie ochrony instytucjonalnej w latach 2015–2022 | 12 |
| 4. | Wykres 4. Struktura portfela kredytowego banków spółdzielczych | 14 |
| 5. | Wykres 5. Dynamika należności od podmiotów sektora niefinansowego i samorządowego (r/r, poprzedni rok = 100%) | 14 |
| 6. | Wykres 6. Struktura depozytów banków spółdzielczych | 14 |
| 7. | Wykres 7. Dynamika depozytów banków spółdzielczych (r/r, poprzedni rok = 100%) | 14 |
| 8. | Wykres 8. Wynik finansowy netto banków spółdzielczych w latach 2013–2022 | 15 |
| 9. | Wykres 9. Poziom wyrezerwowania należności z utratą wartości od sektora niefinansowego a udział należności zagrożonych w należnościach od sektora niefinansowego w latach 2013–2022 (w %) | 16 |

Zastosowanie
prawa Newcomba-Benforda
do identyfikacji sygnałów
o manipulacji kursami papierów
wartościowych notowanych na GPW

Magdalena Lesiak
Andrzej Stopczyński

Wstęp

Częstotliwości pierwszych cyfr znaczących, losowo wybranych liczb w określonych zbiorach danych, nie są rozłożone równomiernie²¹, lecz prawdopodobieństwo wystąpienia każdej kolejnej cyfry maleje. Dla losowych zbiorów liczb, rozkład występowania cyfr na określonych, znaczących pozycjach liczb jest nazywany prawem lub rozkładem Newcomba-Benforda lub prawem (pierwszych) cyfr znaczących²². W 1881 r. kanadyjski astronom i matematyk S. Newcomb zauważył, że początkowe strony tablic logarytmicznych odznaczają się znacząco większymi śladami użytkowania niż pozostałe. Na podstawie tej obserwacji sformułował tezę, że osoby korzystające z tych tablic logarytmicznych częściej szukają liczb, które znajdują się na początku tablic, tj. liczb, dla których pierwsza cyfra znacząca jest niska²³. Jednak jego odkrycie nie wzbudziło dużego zainteresowania. Dopiero w 1938 r. F. Benford, nie wiedząc wcześniej o odkryciu S. Newcomba, zauważył tę samą prawidłowość również oceniając stan zużycia tablic logarytmicznych. Po tej obserwacji F. Benford zwrócił uwagę na liczby prezentowane w różnych zbiorach danych, takich jak: zestawienia dotyczące powierzchni rzek, dane liczbowe umieszczane w gazetach lub rocznikach statystycznych oraz prezentowane ceny w transakcjach handlowych. Zauważył, że w prezentowanych tam liczbach, pierwsza cyfra

21 Ich rozkład nie jest rozkładem jednorodnym.

22 W niektórych publikacjach nazwisko Newcomba jest pomijane i prawo to jest określane jako prawo Benforda.

23 Newcomb S. (1881). *Note on the frequency of use of the different digits in natural numbers*, „American Journal of Mathematics”, 4(1), s. 39–40.

znacząca jest zwykle niska²⁴. Obserwacje S. Newcomba i F. Benforda zostały uzasadnione na gruncie teoretycznym przez T.P. Hilla, który podał formalny wzór rozkładu początkowych cyfr znaczących. Ustalenie teoretycznego (wzorcowego) rozkładu cyfr znaczących pozwala na przeprowadzenie testów statystycznych, porównujących zgodność rozkładu obserwowanego w zbiorze danych z teoretycznym wzorcem^{25, 26}.

Prawo Newcomba-Benforda jest rozkładem częstotliwości występowania cyfr znaczących. Dla pierwszej cyfry przyjmuje ono postać:²⁷

$$P_{(d)} = \log 10(1 + 1/d) \quad (1)$$

gdzie:

P oznacza prawdopodobieństwo wystąpienia cyfry wiodącej $d \in \{1, \dots, 9\}$,
 $d=1,2,3,4,5,6,7,8,9$.

Koncepcja dotycząca prawa cyfr znaczących została poszerzona przez T.P. Hilla, który na podstawie przeprowadzonych badań stwierdził, że prawo to obowiązuje nie tylko dla pierwszej cyfry, ale także sekwencji kilku cyfr, wykorzystując następującą formułę:²⁸

$$P(D_1 = d_1, \dots, D_k = d_k) = \log_{10} \left(1 + \frac{1}{\sum_{i=1}^k 10^{k-i} d_i} \right) \quad (2)$$

gdzie:

$d_1 \in \{1, \dots, 9\}$, i wszystkie inne $d_j \in \{0, \dots, 9\}$ $j = 2, \dots, k$.

Zgodnie z tą zasadą, 30,10% liczb (losowych) rozpoczyna się cyfrą 1, w 17,61% przypadków cyfrą 2, a 12,49% cyfrą 3 itd. Dla cyfry 4 częstotliwość wynosi 9.69%, natomiast dla cyfry 9 przyjmuje wartość 4.58% (wykres 1).

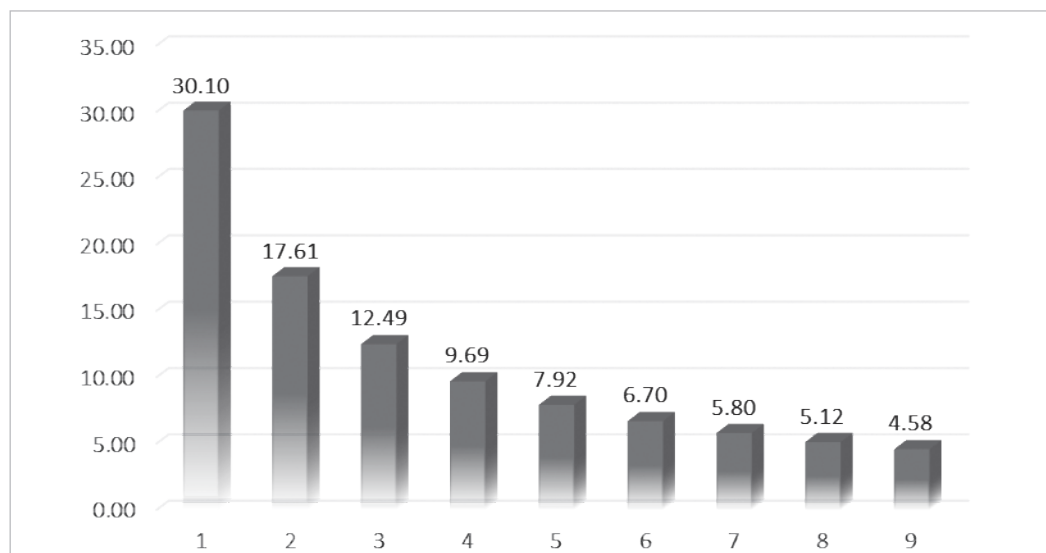
24 Benford F. (1938). *The law of anomalous numbers*, „Proceedings of the American Philosophical Society”, 78(4), s. 551-572, <https://www.jstor.org/stable/984802>.

25 Hill T.P. (1995). *A Statistical Derivation of the Significant-Digit Law*. „Statistical Science”, 10, s. 354-363. Institute of Mathematical Statistics.

26 Hill T.P. (1995). *Base-invariance implies Benford's law*, „Proceedings of the American Mathematical Society” 123(3), s. 887-895; Ryder P. (2009). *Multiple origins of the Newcomb-Benford law: rational numbers, exponential growth and random fragmentation*, Staats und Universitätsbibliothek Bremen, Germany.

27 Newcomb S. (1881). *Note on the frequency of use of the different digits in natural numbers*, „American Journal of Mathematics”, 4(1), s. 39-40.

28 Hill T.P. (1995). *The significant-digit phenomenon*, „The American Mathematical Monthly”, 102(4), s. 322-327.

Wykres 1. Rozkład Newcomba-Benforda dla pierwszej cyfry znaczącej (w %)

Źródło: opracowanie własne na podstawie obliczeń wykorzystujących wzór (1) oraz Newcomb S. (1881). Note on the frequency of use of the different digits in natural numbers, *American Journal of Mathematics*, 4(1), s. 39-40 i Benford F. (1938). The law of anomalous numbers, *Proceedings of the American Philosophical Society*, 78(4), s. 551-572.

Prawo Newcomba-Benforda stanowi, że w zbiorach liczb, w których nie występują specyficzne ograniczenia, wiodąca cyfra znacząca będzie występowała z częstotliwością bliską wartości określonej przez ten rozkład.

Istotne odchylenia danych empirycznych od rozkładu teoretycznego mogą być sygnałem ingerencji w zbiór danych na skutek celowej manipulacji lub pomyłki (błędu ludzkiego) przy zapisywaniu danych. Z metodologicznego punktu widzenia należy zwrócić uwagę na pewne ograniczenia przy wykorzystaniu tej metody²⁹:

- ma ona zastosowanie w zbiorach danych, które cechują się dużą liczebnością. Z przeglądu literatury wynika, że min. 100 obserwacji, a najlepiej co najmniej 1 000. Zbiór danych powinien być duży, aby można było ustalić istotność statystyczną.
- Zbiór danych nie może być generowany za pomocą ustalonych algorytmów i ograniczany maksimami lub minimami, tak jak np. zestaw danych składający się z numerów PESEL, telefonów albo kont bankowych.

29 <https://benford.pl/index.php/pl/prawo-benforda> [dostęp: 07.10.2021].

1. Przegląd literatury

Prawo Newcomba-Benforda do oceny jakości danych jest szeroko stosowane w różnych dziedzinach nauki³⁰. Jednym z przykładów są badania dotyczące metod analizy danych finansowych, w tym analiz zeznań podatkowych oraz sprawozdań finansowych amerykańskich spółek giełdowych, przeprowadzone przez M. Nigrini. Otrzymane rezultaty pozytywnie zweryfikowały przydatność tego narzędzia analitycznego w wykrywaniu zniekształceń oraz nieprawidłowości występujących w raportach finansowych³¹.

Tabela 1. Wybrane publikacje naukowe dotyczące prawa Newcomba-Benforda

Autor	Tematyka
T. Peterson ³² E. Ley ³³ A. Karavardar ³⁴ N. Farhadi, H. Lahooti ³⁵	Indeksy giełdowe, ceny zamknięcia akcji, wolumen obrotów i dzienne ceny zamknięcia bitcoina
M. Nigrini ³⁶	Oszustwa podatkowe
M. Nigrini ³⁷ A.D. Saville ³⁸	Wiarygodność sprawozdań finansowych i fałszowanie danych księgowych
D.E. Giles ³⁹	Ceny towarów wycityowanych na aukcjach internetowych
A.H. Haynes ⁴⁰	Nadużycia finansowe oraz korupcja w sektorze finansów publicznych

- 30 Balashov V. S., Yan Y., Zhu X. (2021). *Using the Newcomb–Benford law to study the association between a country's COVID-19 reporting accuracy and its development*, Scientific Reports; Burgos A., Santos A. (2021). The Newcomb–Benford law: *Scale invariance and a simple Markov process based on it*, „American Journal of Physics”, Vol. 89; da Silva A.J., Floquet S., Santos D.O.C., Lima R.F. (2020). *On the validation of the Newcomb Benford Law and the Weibull distribution in neuromuscular transmission*, Physica A: „Statistical Mechanics and its Applications”, Vol. 553.
- 31 Nigrini M. (1992). *The Detection of Income Tax Evasion Through an Analysis of Digital Frequencies*, University of Cincinnati, OH, USA, s.62-65 oraz Nigrini M. (2012). *Benford Law. Applications for Forensic Accounting, Auditing and Fraud Detection*, John Wiley & Sons Inc., Hoboken, New Jersey, s. 23, 65-69, 74, 97-102, 113-115, 160.
- 32 Peterson T. (2021). *To the Moon: A History of Bitcoin Price Manipulation*, „Journal of Forensic and Investigative Accounting”, Volume 13, Issue 2, s. 3-23.
- 33 Ley E. (1996). *On a peculiar distribution of the U.S. stock indices digits*, „American Statistician”.
- 34 Karavardar A. (2014). *Benford's Law and an Analysis in Istanbul Stock Exchange (BIST)*, „International Journal of Business and Management”; Vol. 9, No. 4, s. 160-172.
- 35 Farhadi N., Lahooti H. (2022). *In Data We Trust: Proving Market Manipulation on the Tehran Stock Exchange*, „International Journal of Business and Management”; Vol. 17, No. 4; s. 1-16.
- 36 Nigrini M. (1996). *A taxpayer compliance application of Bedford's Law*, „Journal of the American Taxation Associates” 18/1996, s. 72-92 oraz Nigrini M (2000). *Digital Analysis Using Benford's Law*, „Global Audit Publications”.
- 37 Nigrini M. (1992). *The Detection of Income Tax Evasion Through an Analysis of Digital Frequencies*, praca doktorska, University of Cincinnati, OH, USA, s. 62-65.
- 38 Saville A.D. (2006). *Using Benford's Law to Detect Data Error and Fraud: An Examination of Companies Listed on the Johannesburg Stock Exchange*, „South African Journal of Economic and Management Sciences”, 9(3), s. 341-354.
- 39 Giles D.E. (2005). *Benford's Law and Naturally Occurring Prices in certain eBay auctions*, „Econometric Working Papers EWP 0505”, Univ. of Victoria.
- 40 Haynes A.H. (2021). *Detecting Fraud in Bankrupt Municipalities Using Benford's Law*, „Scripps Senior Theses”. Paper 42.

Autor	Tematyka
T. Grabiński ⁴¹ K. Gałuszko, J. Lewczuk, K.K., Kuźma ⁴² T. Grabiński, M. Farbaniec, M. Woźniak-Zapór, W. Zając ⁴³ M. Farbaniec, T. Grabiński, B. Zabłocki, W. Zając ⁴⁴ J. Zemke ⁴⁵	Weryfikacja, czy zbiór danych bądź jakieś jego elementy zostały sfalszowane na przykładzie informacji o obrocie towarowym oraz danych otrzymywanych w procesie badań ilościowych z wykorzystaniem kwestionariuszy
A. Cerioli, L. Barabesi, A. Cerasac, M. Menegattia, D. Perrottac ⁴⁶	Wykrywanie oszustw w handlu międzynarodowym
L. Barabesi A. Cerioli, A. Cerasac, D. Perrottac ⁴⁷	Wykrywanie oszustw celnych
M. Baryła ⁴⁸ J. Krawiec ⁴⁹ P. Jeremicz ⁵⁰	Malwersacje i oszustwa księgowe

Źródło: opracowanie własne na podstawie analizy literatury przedmiotu.

Również wyniki uzyskane przez pozostałych, wymienionych w tabeli 1 autorów dają podstawy do stwierdzenia, iż ten nurt badań może zyskiwać coraz bardziej na popularności oraz przyczynić się do wypracowania i rozpowszechnienia algorytmów mających na celu wykrywanie nieprawidłowości oraz potencjalnych manipulacji w dużych zbiorach danych. Jednak niektórzy autorzy krytycznie wypowiadają się na temat skuteczności tej metody w wykrywaniu oszustw. Li, Z., Cong, L., Wang, H. stwierdzają, że badanie zgodności rozkładu cyfr z wzorcowym rozkładem Newcomba-Benforda w celu wykrycia oszustw jest wątpliwe, z uwagi na istniejące ograniczenia stosowania tego prawa. Wśród ograniczeń autorzy wskazują zbiory liczb, których minimalna i maksymalna wartość niewiele się różnią. Twierdzą też, że jednorazowa manipulacja nie zostanie wykryta przy użyciu prawa Newcomba-Benforda⁵¹.

41 Grabiński T. (2010). *Benford's Law, Society for Education*, [w]: Poland-Serbia. *The Challenges of the Scientific Cooperation*. (red.) Zbigniew Paszek. Kraków: Society for Education, s. 73-86.

42 Gałuszko K., Lewczuk J., Kuźma K.K. (2019). *Walidować? Weryfikować? Nie ruszać? O niestatystycznych, statystycznych i stochastycznych metodach oceny jakości danych ilościowych opowieść, Studia i analizy*, „Studia Pedagogiczne”, Vol. 54, s. 135-174.

43 Grabiński T., Farbaniec M., Woźniak-Zapór M., Zając W. (2016). *Metody i Narzędzia Weryfikacji Rzetelności Danych Liczbowych*, Oficyna Wydawnicza AFM, Kraków.

44 Farbaniec M., Grabiński T., Zabłocki B., Zając W. (2013). *Wykorzystanie prawa Benforda w analizie poprawności danych finansowych na przykładzie informacji o obrocie towarowym*, Portal Innowacyjnego Transferu Wiedzy w Nauce PITWIN.

45 Zemke J. (2016). Ocena prac badawczych (wiarygodność materiału statystycznego), „Studia Ekonomiczne”, nr 291, s. 194-205.

46 Cerioli A., Barabesi L., Cerasa A., Menegatti M., Perrotta D. (2019). *Newcomb-Benford law and the detection of frauds in international trade*. „Proceedings of the National Academy of Sciences”, No. 116(1), s. 106-115.

47 Barabesi L., Cerasa A., Cerioli A., Perrotta D. (2018). *Goodness-of-fit testing for the Newcomb-Benford law with application to the detection of customs fraud*. „Journal of Business & Economic Statistics”, No. 36(2), s. 346-358.

48 Baryła M. (2020). *O możliwości wykorzystania prawa Benforda w wykrywaniu oszustw księgowych*, Zeszyty Teoretyczne Rachunkowości, s. 11-29.

49 Krawiec J. (2012). *Prawo Benforda jako narzędzie wykrywania manipulacji finansowych*. „Kwartalnik Nauk o Przedsiębiorstwie”, 25(4), s. 86-91.

50 Jeremicz P. (2020). *Prawo Benforda w rewizji finansowej*, „Studia Ekonomiczne” nr 394, s. 19-38.

51 Li Z., Cong L., Wang H. (2004). Discussion on Benford's Law and its Application. arXiv. <https://doi.org/10.48550/arxiv.math/0408057>; Li F., Han S., Zhang H., Din, J., Zhang J., Wu J. (2019). Application of Benford's law in Data Analysis. In „Journal of Physics: Conference Series”, Vol. 1168, No. 3.

2. Opis metodologii

Interesujące wyniki dotyczące częstotliwości pierwszej znaczącej cyfry jednodniowych zwrotów z indeksu giełdowego zostały znalezione przez Ley⁵². Jednak badania dotyczące cen akcji nie zostały przeprowadzone. Według Pietronero i in., ze względu na proces multiplikatywny, ceny akcji w długim okresie powinny być zgodne z prawem Benforda⁵³.

Kreowanie popytu w obrocie akcjami poprzez manipulacje o charakterze transakcyjnym może wpływać na zachowania pozostałych inwestorów⁵⁴. Z tego względu ważnego znaczenia nabierają narzędzia mogące wspomóc wykrywanie nieprawidłowości w obszarze obrotu instrumentami finansowymi i danych giełdowych, przedstawiających wolumen transakcji. Jednym z podejść prezentowanych w literaturze jest wykorzystanie prawa Newcomba-Benforda dla liczb obrazujących wielkość wolumenu obrotu akcjami⁵⁵. W literaturze prowadzone były badania na giełdzie w Zagrzebiu⁵⁶, Stambule⁵⁷, Teheranie⁵⁸, które polegały na próbie wykrywania nieprawidłowości w zbiorze danych giełdowych, obrazujących wolumen obrotu i cenę zamknięcia akcji przy wykorzystaniu analizy statystycznej prawa Newcomba-Benforda. Autorzy w swoich pracach wskazali, że kształtowanie się wielkości wolumenu obrotu akcjami w mniejszym stopniu niż dzienny kurs zamknięcia akcji zależy od czynników behawioralnych⁵⁹. W związku z tym, podjęto próbę wykorzystania prawa Newcomba-Benforda, określającego częstotliwość występowania pierwszej cyfry, w analizie zbioru liczb obrazujących dzienny wolumen obrotu akcjami spółek notowanych na GPW w Warszawie.

52 Ley E. (1996). *On a peculiar distribution of the U.S. stock indices digits*, „American Statistician”.

53 Pietronero L., Tossati E., Tossati V., Vespignani A. (2001). *Explaining the uneven distribution of numbers in nature: the laws of Benford and Zipf*, „Physica A 293”, s. 297-304.

54 SEC (2022). Conformed to Federal Register Version, *Short Position and Short Activity Reporting By Institutional Investment Managers*, s. 10-11, <https://www.sec.gov/files/rules/proposed/2022/34-94313.pdf> [dostęp: 01.05.2023].

55 Farhadi N., Lahooti H., (2022). In *Data We Trust: Proving Market Manipulation on the Tehran Stock Exchange*, „International Journal of Business and Management”; Vol. 17, No. 4. s. 3-14; 33. Karavardar A. (2014). *Benford's Law and an Analysis in Istanbul Stock Exchange (BIST)*, „International Journal of Business and Management”; Vol. 9, No. 4. s. 160-172.

56 Zdravko K., Žgela M. (2009). *Evaluation of Benford's law Application in stock prices and stock turnover*. „Informatologia”, no 42(3), s. 159-164.

57 Karavardar A. (2014). *Benford's Law and an Analysis in Istanbul Stock Exchange (BIST)*, „International Journal of Business and Management”; Vol. 9, No. 4. s. 160-172; Alali F., Romero S. (2013). *Benford's Law: Analyzing a decade of financial data*. „Journal of Emerging Technologies in Accounting”, 10(1), s. 1-39.

58 Farhadi N., Lahooti H., (2022). In *Data We Trust: Proving Market Manipulation on the Tehran Stock Exchange*, „International Journal of Business and Management”; Vol. 17, No. 4. s. 1-16.

59 Zdravko K., Žgela M. (2009). *Evaluation of Benford's law Application in stock prices and stock turnover*. „Informatologia”, no 42(3), s. 158-165.

Wolumen to liczba akcji, które zmieniły właściciela w określonym czasie, tzn. w danym dniu. Wolumen odzwierciedla aktywność inwestorów na rynku i wyrażany jest liczbami całkowitymi⁶⁰. Metoda bazująca na rozkładzie Newcomba-Benforda wymaga, aby analizowany zbiór danych zawierał liczby wielocyfrowe. Liczby przedstawiające dzienny wolumen transakcji akcjami często obejmują wiele rzędów wielkości, co czyni je odpowiednim zestawem danych do analizy statystycznej wykorzystującej rozkład Newcomba-Benforda⁶¹.

W badanym zbiorze danych najczęściej były to cztero- lub pięciocyfrowe liczby całkowite.

3. Dane i metoda badań

Dane pochodzą ze stron www.knf.gov.pl i www.stooq.pl. Wstępnym etapem analizy była eliminacja danych, dla których nie występowały żadne cyfry znaczące (pozycje, które zawierały wyłącznie zera)⁶². Zgodność danych z prawem Benforda może być testowana przy użyciu różnych kryteriów i testów statystycznych⁶³. Wśród dostępnych testów, dominującą rolę odgrywa test zgodności χ^2 Pearsona⁶⁴:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(AP-EP)^2}{EP} \quad (3)$$

gdzie:

AP – obserwowana częstotliwość cyfr i ,

EP – oczekiwana częstotliwość cyfr i zgodna z rozkładem Newcomba-Benforda,

n – liczba pomiarów.

60 Portal CMS, *Czym jest wolumen na wykresach?* <https://www.cmcmarkets.com/pl-pl/edukacja/czym-jest-wolumen-na-wykresach> [dostęp: 18.04.2023].

61 de Jong J., De Bruijne J., De Ridder J. (2020). *Benford's law in the Gaia universe*, „Astronomy & Astrophysics”, Vol. 642, No. A205, s. 1-16; Nasdaq (2021). *Wash Trading: Frequently Asked Questions*, https://www.nasdaq.com/docs/98477_wash-trading-faq-.pdf [dostęp: 01.05.2023].

62 Karavardar A. (2014). *Benford's Law and an Analysis in Istanbul Stock Exchange (BIST)*, „International Journal of Business and Management”, Vol. 9, No. 4. s. 160-172; Alali F., Romero S. (2013). *Benford's Law: Analyzing a decade of financial data*, „Journal of Emerging Technologies in Accounting”, 10(1), s. 1-39.

63 Nigrini M. (2012). *Benford Law. Applications for Forensic Accounting, Auditing and Fraud Detection*, John Wiley & Sons Inc., Hoboken, New Jersey; Joenssen D.W. (2022). *Package BenfordTests, Statistical Tests for Evaluating Conformity to Benford's Law*, s. 1-25; Barney B.J., Schulzke K.S. (2016). *Moderating „cry wolf” events with excess MAD in Benford's law research and practice*, „Journal of Forensic Accounting Research”, No. 1(1), s. A66-A90; Barabesi L., Cerasa A., Cerioli A., Perrotta D. (2018). *Goodness-of-fit testing for the Newcomb-Benford law with application to the detection of customs fraud*, „Journal of Business & Economic Statistics”, No. 36(2), s. 346-358; Hassler U., Hosseinkouchack M. (2019). *Testing the Newcomb-Benford law: experimental evidence*, „Applied Economics Letters”, No. 26(21), s. 1762-1769; Cerqueti R., Lupi C. (2021). *Some new tests of conformity with Benford's law*, *Stats*, No. 4(3), s. 745-761.

64 Bowen E. K., Starr M. L. (1982). *Basic Statistics for Business and Economics*. London: McGraw-Hill International Editions.

Jednak zastosowanie testu χ^2 (oraz innych testów statystycznych) było krytykowane przez licznych autorów zajmujących się praktycznym zastosowaniem prawa Newcomba-Benforda. Autorzy zwrócili uwagę, że testy te wykazują „nadmierną moc”, tj. dla próby o dużej liczebności, mają tendencję do odrzucania hipotezy zerowej o zgodności badanego rozkładu z rozkładem Newcomba-Benforda, nawet w przypadku niewielkich i praktycznie nieistotnych odchyień⁶⁵. Z tego powodu P.D. Drake i M.J. Nigrini⁶⁶ preferują stosowanie kryterium średniego odchylenia bezwzględnego (MAD), miary średniej odległości między względnymi częstotliwościami obserwowanych cyfr a teoretycznymi częstotliwościami⁶⁷:

$$MAD = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k |p_i - b_i| \quad (4)$$

gdzie:

k – to liczba cyfr ($k = 9$ dla pierwszej cyfry znaczącej, $k = 99$ dla dwóch pierwszych cyfr znaczących),

p_i – obserwowane częstotliwości występowania pierwszych znaczących cyfr w analizowanym zbiorze danych,

b_i – oczekiwane częstotliwości występowania pierwszych znaczących cyfr wartość zgodne z rozkładem Newcomba-Benforda.

Interpretacja MAD i ocen stopnia rozbieżności badanego i wzorcowego rozkładu została zaproponowana przez M. J. Nigriniego (tabela 2).

Tabela 2. Interpretacja MAD

Zakres zgodności	Interpretacja
$\langle 0,000 - 0,006 \rangle$	duża zgodność
$\langle 0,006 - 0,012 \rangle$	akceptowalna zgodność
$\langle 0,012 - 0,015 \rangle$	minimalnie akceptowalna zgodność
$\geq 0,015$	brak zgodności

Źródło: Nigrini M.J. (2020). *Forensic analytics: Methods and techniques for forensic accounting investigations*, John Wiley & Sons, s. 110-114, 128-135, 443.

65 Cho W.K.T., Gaines J.B. (2007). *Breaking the (Benford) law: Statistical fraud detection in campaign finance*, „The American Statistician”, No.61.3, s. 218-223; Nigrini M. (2012). *Benford Law. Applications for Forensic Accounting, Auditing and Fraud Detection*, John Wiley & Sons Inc., Hoboken, New Jersey; Tsagbey S., de Carvalho M., Page G.L. (2017). *All data are wrong, but some are useful? Advocating the need for data auditing*, „The American Statistician”, No. 71(3), s. 231-235; Druică E., Oancea B., Vâlsan B.C. (2018). *Benford's law and the limits of digit analysis*, „International Journal of Accounting Information Systems”, No. 31, s. 75-82.

66 Drake P.D., Nigrini M.J. (2000). *Computer assisted analytical procedures using Benford's Law*, „Journal of accounting education”, No.18(2), s. 127-146.

67 Farhadi N., Lahooti H. (2022). *In Data We Trust: Proving Market Manipulation on the Tehran Stock Exchange*, „International Journal of Business and Management”, Vol. 17, No. 4 s. 3-4.

Wartości MAD powyżej 0,015 interpretowane są jako brak zgodności między rozkładem empirycznym a teoretycznym⁶⁸.

Wyniki

Analiza objęła lata 1991-2022 dla spółek z Głównego Rynku GPW i 2007-2022 w przypadku podmiotów z NewConnect. Przeprowadzono analizę rozkładu pierwszych cyfr na całym zbiorze dostępnych wartości wolumenów oraz osobno, w podziale na lata i spółki.

W analizie uwzględniającej podział na lata wykorzystano dane obrazujące wolumen 421 akcji spółek z Głównego Rynku GPW i 353 z NewConnect. Łącznie przeanalizowano liczby odzwierciedlające dzienny wolumen obrotu akcjami dla 774 spółek. Sprawdzono zgodność rozkładu empirycznego z teoretycznym rozkładem Newcomba-Benforda uwzględniając podział na poszczególne lata. W tabeli 3 pokazano wyniki miary MAD i testu chi-kwadrat. Pogrubieniem zaznaczono lata, w których zaobserwowano przekroczenie wartości krytycznej MAD wynoszącej 0,015, jednocześnie wartości statystyki testu chi-kwadrat wskazały na odrzucenie statystycznej hipotezy o zgodności rozkładu empirycznego z teoretycznym.

Tabela 3. Wyniki testów zgodności wolumenu obrotu akcjami spółek notowanych na Głównym Rynku GPW w latach 1991-2022 i NewConnect w latach 2007-2022 (podział na lata)

Główny Rynek GPW							
Rok	Test χ^2	P-value	MAD	Rok	Test χ^2	P-value	MAD
1992	24,846	0,002	0,035	2008	55,540	$p < 0,001$	0,003
1993	13,138	0,107	0,018	2009	33,704	$p < 0,001$	0,002
1994	8,511	0,385	0,008	2010	34,154	$p < 0,001$	0,002
1995	17,426	0,026	0,010	2011	52,147	$p < 0,001$	0,004
1996	10,891	0,208	0,004	2012	131,024	$p < 0,001$	0,004
1997	7,656	0,468	0,004	2013	122,033	$p < 0,001$	0,004
1998	9,317	0,316	0,003	2014	148,052	$p < 0,001$	0,005
1999	6,208	0,624	0,002	2015	188,234	$p < 0,001$	0,005
2000	22,362	0,004	0,004	2016	311,434	$p < 0,001$	0,007
2001	33,182	$p < 0,001$	0,005	2017	399,887	$p < 0,001$	0,008
2002	32,869	$p < 0,001$	0,005	2018	631,824	$p < 0,001$	0,012
2003	20,627	0,008	0,003	2019	476,338	$p < 0,001$	0,009
2004	11,419	0,179	0,002	2020	102,357	$p < 0,001$	0,005
2005	10,934	0,206	0,002	2021	160,382	$p < 0,001$	0,006
2006	8,116	0,422	0,002	2022	310,976	$p < 0,001$	0,008
2007	4,947	0,763	0,001				

68 Johnson G.C. (2009). *Using Benford's law to determine if selected company characteristics are red flags for earnings management*, „Journal of Forensic Studies in Accounting & Business”, 1(2), s. 39-65; Máté R., Sadaf T., Tarnócz T., Fenyves V. (2017). *Fraud detection by testing the conformity to Benford's law in the case of wholesale enterprises*. „Polish Journal of Management Studies”, 16(1), s. 115-126.

Rynek NewConnect							
Rok	Test χ^2	P-value	MAD	Rok	Test χ^2	P-value	MAD
2008	55,988	$p < 0,001$	0,014	2016	1401,103	$p < 0,001$	0,019
2009	137,582	$p < 0,001$	0,011	2017	984,514	$p < 0,001$	0,016
2010	72,771	$p < 0,001$	0,014	2018	1433,879	$p < 0,001$	0,022
2011	232,678	$p < 0,001$	0,008	2019	1068,090	$p < 0,001$	0,019
2012	603,140	$p < 0,001$	0,012	2020	381,989	$p < 0,001$	0,010
2013	881,760	$p < 0,001$	0,017	2021	332,670	$p < 0,001$	0,008
2014	1255,988	$p < 0,001$	0,019	2022	883,396	$p < 0,001$	0,013
2015	1324,828	$p < 0,001$	0,020				

Objaśnienie: Zestawienie wykonano od pierwszego pełnego okresu rocznego, czyli dla Głównego Rynku GPW od 1992 r. i dla rynku NewConnect od 2008 r.

Źródło: opracowanie własne w programie STATA i RStudio na podstawie danych wolumenu akcji ze strony <https://stooq.pl/db/h> [dostęp: 23.10.2023].

Widoczne jest, że brak zgodności między częstotliwościami występowania pierwszych cyfr w zbiorze wolumenu akcji a rozkładem wzorcowym miał miejsce w obu segmentach rynku. Jednak w przypadku Głównego Rynku GPW był to wyłącznie rok 1992, czyli początek jego działania. Natomiast dla rynku NewConnect brak zgodności danych empirycznych z rozkładem Newcomba-Benforda zaobserwowano w latach 2013–2019. Praktykom intencjonalnego wpływania na obroty instrumentami finansowymi może sprzyjać niski stopień płynności i kapitalizacji charakterystyczny dla rynku kapitałowego w Polsce⁶⁹. W segmencie NewConnect obecne są również, w większym stopniu niż na Głównym Rynku GPW, tzw. spółki groszowe, których cena jest niższa niż 1 grosz⁷⁰. W tego typu podmiotach występują znaczne różnice w sposobie zarządzania, a ponadto charakteryzują się one niską kapitalizacją i płynnością, co może sprzyjać stosowaniu technik manipulacyjnych⁷¹. Przeprowadzono również badanie rozkładu pierwszej cyfry znaczącej w liczbach przedstawiających dzienne wolumeny obrotu akcjami pojedynczych spółek, w tym 217 spółek notowanych na Głównym Rynku GPW i 302 notowanych na NewConnect. Zbiórcze wyniki tej analizy zostały przedstawione w tabeli 4.

69 Komunikaty KNF, <https://www.knf.gov.pl/komunikacja/komunikaty> [dostęp: 30.11.2023]

70 <https://www.bankier.pl/wiadomosc/NewConnect-szoruje-po-dnie-Rynek-groszowych-spolek-7615261.html> [dostęp: 18.05.2023].

71 Lesiak M. (2023). *Standing finansowy spółek groszowych notowanych na Gieldzie Papierów Wartościowych w Warszawie*, Studia i Materiały, Uniwersytet Warszawski, 2023, nr 1/2023, s. 52-63.

Tabela 4. Zestawienie wyników testów zgodności wolumenu obrotu akcjami pojedynczych spółek notowanych na Głównym Rynku GPW w latach 1991-2022 i NewConnect w latach 2007-2022 z rozkładem Newcomba-Benforda

Dzienny wolumen transakcji akcjami	Liczba przebadanych spółek	Zidentyfikowanie rozbieżności, wystąpienie potencjalnych sygnałów manipulacji	Brak rozbieżności między porównywanymi rozkładami
Główny Rynek GPW	217	38 (17,51%)	179 (82,49%)
Rynek NewConnect	302	156 (51,66%)	146 (48,34%)
Łącznie	519	194 (37,38%)	325 (62,62%)

Źródło: opracowanie własne w programie STATA i RStudio na podstawie danych wolumenu akcji ze strony <https://stooq.pl/db/h> [dostęp: 23.10.2023].

Brak zgodności rozkładu empirycznego z wzorcowym rozkładem został zaobserwowany w przypadku 37,38% akcji spółek publicznych. W podziale na segmenty rynku kapitałowego wyniki przedstawiają się następująco: wśród 17,51% przebadanych spółek z Głównego Rynku GPW i 51,66% z NewConnect zidentyfikowano rozbieżności względem porównywanych rozkładów. Otrzymane wyniki dotyczące giełdy w Warszawie wskazują na pewną zbieżność z przytoczonymi wynikami odnoszącymi się do innych giełd, zwłaszcza w porównaniu z rynkiem NewConnect.

Uzyskane rezultaty nie odbiegają od wyników uzyskanych w przywoływanych wcześniej badań przeprowadzonych dla wolumenów obrotu akcjami na giełdach w Teheranie i Stambule. W Iranie brak zgodności rozkładów wystąpił dla 46% analizowanych walorów. Z kolei w Turcji, niezgodność stwierdzono w przypadku 47% badanych spółek należących do tzw. grupy podmiotów faszadowych⁷² oraz 23% wśród podmiotów nienależących do tej grupy. Pozwala to przypuszczać, że nieprawidłowości w obrocie instrumentami finansowymi występują częściej na rynkach wschodzących, dlatego na nich prowadzone są badania.

Podsumowanie

Prawo Newcomba-Benforda można uznać za jedną z metod wpisujących się w działania mające na celu wykrywanie nieprawidłowości. Przedstawiona w niniejszym opracowaniu metoda statystyczna może służyć jedynie jako początkowa strategia wykrywania oszustw. Prawo Newcomba-Benforda nie daje jednoznacznego wskazania spółki, która manipuluje, ale może umożliwić zawężenie liczby spółek poddawanych dalszej, bardziej dokładnej analizie.

⁷² Spółki faszadowe to podmioty, które nie prowadzą rzeczywistej działalności gospodarczej lub prowadzą minimalną działalność gospodarczą.

Bibliografia

1. Alali F, Romero S. (2013), *Benford's Law: Analyzing a decade of financial data*. „Journal of Emerging Technologies in Accounting”, 10(1).
2. Balashov S., Yan Y., Zhu X. (2021), *Using the Newcomb–Benford law to study the association between a country's COVID-19 reporting accuracy and its development*, „Scientific Reports”.
3. Barabesi L., Cerasa A., Cerioli A., Perrotta D. (2018), *Goodness-of-fit testing for the Newcomb-Benford law with application to the detection of customs fraud*, „Journal of Business & Economic Statistics”, No. 36(2).
4. Barney B.J., Schulzke K.S. (2016), *Moderating „cry wolf” events with excess MAD in Benford's law research and practice*, „Journal of Forensic Accounting Research”, No. 1(1).
5. Baryła M. (2020), *O możliwości wykorzystania prawa Benforda w wykrywaniu oszustw księgowych*, Zeszyty Teoretyczne Rachunkowości.
6. Benford F. (1938), *The law of anomalous numbers*, „Proceedings of the American Philosophical Society”, 78(4), <https://www.jstor.org/stable/984802> [dostęp: 14.06.2023].
7. Bowen K., Starr M. L. (1982), *Basic Statistics For Business and Economics*. London: McGraw-Hill International Editions.
8. Burgos A., Santos A. (2021), *The Newcomb–Benford law: Scale invariance and a simple Markov process based on it*, „American Journal of Physics”, Vol. 89.
9. Cerioli A., Barabesi L., Cerasa A., Menegatti M., Perrotta D. (2019), *Newcomb–Benford law and the detection of frauds in international trade*. „Proceedings of the National Academy of Sciences”, No. 116(1).
10. Cerqueti R., Lupi C. (2021), *Some new tests of conformity with Benford's law*, „Stats”, No. 4(3).
11. Cho W.K.T., Gaines J.B. (2007), *Breaking the (Benford) law: Statistical fraud detection in campaign finance*, „The American Statistician”, No. 61.3.
12. da Silva A.J., Floquet S., Santos D.O.C., Lima R.F. (2020), *On the validation of the Newcomb Benford Law and the Weibull distribution in neuromuscular transmission*, „Physica A: Statistical Mechanics and its Applications”, Vol. 553.
13. de Jong J., De Bruijne J., De Ridder J. (2020), *Benford's law in the Gaia universe*, „Astronomy & Astrophysics”, Vol. 642, No. A205.
14. Drake P.D., Nigrini M.J. (2000), *Computer assisted analytical procedures using Benford's Law*, „Journal of accounting education”, No. 18(2).
15. Druică E., Oancea B., Vălsan B.C. (2018), *Benford's law and the limits of digit analysis*, „International Journal of Accounting Information Systems”, No. 31.
16. Farbaniec M., Grabiński T., Zabłocki B., Zając W. (2013), *Wykorzystanie prawa Benforda w analizie poprawności danych finansowych na przykładzie informacji o obrocie towarowym*, Portal Innowacyjnego Transferu Wiedzy w Nauce PITWIN.
17. Farhadi N., Lahooti H. (2022), *In Data We Trust: Proving Market Manipulation on the Tehran Stock Exchange*, „International Journal of Business and Management”, Vol.17, No. 4.
18. Gałuszko K., Lewczuk J., Kuźma K. (2019), *Walidować? Weryfikować? Nie ruszać? O niestatystycznych, statystycznych i stochastycznych metodach oceny jakości danych ilościowych opowieść*, „Studia i analizy, Studia Pedagogiczne”, Vol. 54.
19. Giles D.E. (2005), *Benford's Law and Naturally Occurring Prices in certain eBay auctions*, „Econometric Working Papers EWP 0505”, Univ. of Victoria.
20. Grabiński T. (2010), *Benford's Law, Society for Education*, [w]: *Poland–Serbia. The Challenges of the Scientific Cooperation*, (red.) Zbigniew Paszek, Kraków: Society for Education.
21. Grabiński T., Farbaniec M., Woźniak-Zapór M., Zając W. (2016). *Metody i Narzędzia Weryfikacji Rzetelności Danych Liczbowych*, Oficyna Wydawnicza AFM, Kraków.
22. Hassler U., Hosseinkouchack M. (2019), *Testing the Newcomb-Benford law: experimental evidence*, „Applied Economics Letters”, No. 26(21).
23. Haynes A.H. (2021), *Detecting Fraud in Bankrupt Municipalities Using Benford's Law*, „Scripps Senior Theses”, Paper 42.

24. Hill T.P. (1995), *Base-invariance implies Benford's law*, „Proceedings of the American Mathematical Society” 123(3), s. 887–895.
25. Hill T.P. (1995), *A Statistical Derivation of the Significant-Digit Law*, „Statistical Science”, 10, s. 354–363, Institute of Mathematical Statistics.
26. Hill T.P. (1995), *The significant-digit phenomenon*, „The American Mathematical Monthly”, 102(4).
27. Jeremicz P. (2020), *Prawo Benforda w rewizji finansowe*, „Studia Ekonomiczne”.
28. Joenssen D.W. (2022), *Package BenfordTests*, „Statistical Tests for Evaluating Conformity to Benford's Law”.
29. Johnson G. (2009), *Using Benford's law to determine if selected company characteristics are red flags for earnings management*. „Journal of Forensic Studies in Accounting & Business”.
30. Karavardar A. (2014), *Benford's Law and an Analysis in Istanbul Stock Exchange (BIST)*, „International Journal of Business and Management”; Vol. 9, No. 4.
31. Krawiec J. (2012), *Prawo Benforda jako narzędzie wykrywania manipulacji finansowych*, „Kwartalnik Nauk o Przedsiębiorstwie”.
32. Lesiak M. (2023), *Standing finansowy spółek groszowych notowanych na Gieldzie Papierów Wartościowych w Warszawie*, Studia i Materiały, Uniwersytet Warszawski, 2023, nr 1/2023.
33. Ley E. (1996), *On a peculiar distribution of the U.S. stock indices digits*, „American Statistician”.
34. Li F., Han S., Zhang H., Ding J., Zhang J., Wu, J. (2019), *Application of Benford's law in Data Analysis*. „In Journal of Physics: Conference Series”, Vol. 1168, No. 3.
35. Li, Z., Cong, L., Wang, H. (2004), *Discussion on Benford's Law and its Application*. arXiv. <https://doi.org/10.48550/arxiv.math/0408057>.
36. Máté R., Sadaf T., Tarnócz T., Fenyves V. (2017), *Fraud detection by testing the conformity to Benford's law in the case of wholesale enterprises*. „Polish Journal of Management Studies”, 16(1).
37. Newcomb S. (1881), *Note on the frequency of use of the different digits in natural numbers*, „American Journal of Mathematics”, 4(1).
38. Nigrini M. (1992), *The Detection of Income Tax Evasion Through an Analysis of Digital Frequencies*, praca doktorska, University of Cincinnati, OH, USA.
39. Nigrini M. (1996), *A taxpayer compliance application of Bedford's Law*, „Journal of the American Taxation Associates”, 18/1996.
40. Nigrini M. (2000), *Digital Analysis Using Benford's Law*, Global Audit Publications.
41. Nigrini M. (2012), *Benford Law. Applications for Forensic Accounting, Auditing and Fraud Detection*, John Wiley & Sons Inc., Hoboken, New Jersey.
42. Nigrini M.J. (2020), *Forensic analytics: Methods and techniques for forensic accounting investigations*. John Wiley & Sons.
43. Peterson T. (2021), *To the Moon: A History of Bitcoin Price Manipulation*, „Journal of Forensic and Investigative Accounting”, Volume 13, Issue 2.
44. Pietronero L., Tossati E., Tossati V. and Vespignani A. (2021), *Explaining the uneven distribution of numbers in nature: the laws of Benford and Zipf*, „Physica A” 293.
45. Ryder P. (2009), *Multiple origins of the Newcomb-Benford law: rational numbers, exponential growth and random fragmentation*, Staats und Universitätsbibliothek Bremen, Germany.
46. Saville A.D. (2006), *Using Benford's Law to Detect Data Error and Fraud: An Examination of Companies Listed on the Johannesburg Stock Exchange*, „South African Journal of Economic and Management Sciences”.
47. Tsagbey S., de Carvalho M., Page G.L. (2017), *All data are wrong, but some are useful? Advocating the need for data auditing*, „The American Statistician”, No. 71(3).
48. Zdravko K., Žgela M. (2009), *Evaluation of Benford's low Application in stock prices and stock turnover*. „Informatologia”, no 42(3).
49. Zemke J. (2016), *Ocena prac badawczych (wiarygodność materiału statystycznego)*, „Studia Ekonomiczne”.

Strony internetowe

1. Komunikaty KNF – <https://www.knf.gov.pl/komunikacja/komunikaty> [dostęp: 30.11.2023].
2. Portal CMS, Czym jest wolumen na wykresach? <https://www.cmcmarkets.com/pl-pl/edukacja/czym-jest-wolumen-na-wykresach> [dostęp: 18.04.2023].
3. <https://benford.pl/index.php/pl/prawo-benforda> [dostęp: 07.10.2023].
4. SEC (2022). Conformed to Federal Register Version, Short Position and Short Activity Reporting By Institutional Investment Managers, <https://www.sec.gov/files/rules/proposed/2022/34-94313.pdf> [dostęp: 01.05.2023].
5. Nasdaq (2021). Wash Trading: Frequently Asked Questions, https://www.nasdaq.com/docs/98477_wash-trading-faq-.pdf [dostęp: 01.05.2023].
6. <https://stooq.pl/db/h> [dostęp: 23.10.2023].
7. <https://www.bankier.pl/wiadomosc/NewConnect-szoruje-po-dnie-Rynek-groszowych-spolek-7615261.html> [dostęp: 18.05.2023].

Spis tabel

- | | |
|--|----|
| 1. Tabela 1. Wybrane publikacje naukowe dotyczące prawa Newcomba-Benforda | 31 |
| 2. Tabela 2. Interpretacja MAD | 35 |
| 3. Tabela 3. Wyniki testów zgodności wolumenu obrotu akcjami spółek notowanych na Głównym Rynku GPW w latach 1991-2022 i NewConnect w latach 2007-2022 (podział na lata) | 36 |
| 4. Tabela 4. Zestawieni wyników testów zgodności wolumenu obrotu akcjami pojedynczych spółek notowanych na Głównym Rynku GPW w latach 1991-2022 i NewConnect w latach 2007-2022 z rozkładem Newcomba-Benforda | 38 |

Spis wykresów

- | | |
|---|----|
| 1. Wykres 1. Rozkład Newcomba-Benforda dla pierwszej cyfry znaczącej (w %) | 30 |
|---|----|

Zastosowanie prawa Benforda do analizy danych finansowych

Wojciech Zatoń

Wstęp

W 1938 r. fizyk Frank Benford zaobserwował, że liczby pochodzące z danego zbioru charakteryzuje różna częstotliwość występowania w nich określonej cyfry⁷³.

Zbiór danych Benforda obejmował takie wartości, jak: długość rzek, populacje miast USA oraz liczby z podręcznika do matematyki. Wyniki tego eksperymentu⁷⁴ stały się ostatecznie znane jako prawo (rozkład) Benforda.

Jednym z zastosowań prawa Benforda jest jego wykorzystanie do badania zbiorów danych księgowych, m.in. zaczerpniętych ze sprawozdań finansowych. Stwierdzenie braku zgodności rozkładu wiodących cyfr dla takich danych pochodzących z określonego zbioru z rozkładem Benforda, mogłoby stanowić podstawę do podejrzewania występowania nieprawidłowości w tym zbiorze danych.

Celem artykułu jest weryfikacja prawa Benforda w odniesieniu do sprawozdań finansowych banków notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych. Uzyskane wyniki i sformułowane wnioski stanowią przyczynek do dyskusji nad przydatnością prawa Benforda w wykrywaniu nadużyć w sporządzaniu sprawozdań finansowych.

73 Newcomb S. (1881). *Note on the Frequency of use of the Different Digits in Natural Numbers*, „American Journal of Mathematics”, Vol. 4, No. 1, s. 39-40.

74 Benford F. (1938). *The Law of Anomalous Numbers*, „Proceedings of the American Philosophical Society”, Vol. 78, No. 4, s. 551-572.

1. Przegląd literatury

Popularność stosowania prawa Benforda, zwłaszcza w odniesieniu do oszustw finansowych i księgowych wzrosła w ostatnich 20-25 latach głównie za sprawą publikacji prac Durtschiego⁷⁵ i Nigriniego⁷⁶. Nigrini wskazał na rzeczywiste przykłady zastosowania prawa Benforda w analizie śledczej (ang. *forensic analysis*) dotyczącej: fałszowania sprawozdań finansowych, fikcyjnych wydatków i płac, wyludzenia odszkodowań, oszustw w funduszach inwestycyjnych i oszustw podatkowych. Inne obszary zastosowania prawa Benforda dotyczą m.in. przeciwdziałania praniu pieniędzy⁷⁷ oraz manipulacji cenami akcji⁷⁸.

Generalnym wnioskiem płynącym z zastosowania prawa Benforda w powyższych dziedzinach jest stwierdzenie, że jeśli rozkład danych nie odpowiada rozkładowi Benforda, wskazuje to na występowanie anomalii, które mogą być spowodowane nadużyciami finansowymi. W tym kontekście warto zwrócić uwagę na dwa artykuły polskich autorów, dotyczące zastosowania prawa Benforda do badania danych ze sprawozdań finansowych.

W pierwszym z nich⁷⁹ przedmiotem analizy był zbiór danych pochodzących ze sprawozdań finansowych 11 spółek z sektora mediów notowanych na GPW w Warszawie, obejmujący okres od I kwartału 2012 r. do I kwartału 2016 r. Dane zagregowane nie wykazały znaczących różnic względem prawa Benforda w odniesieniu do rozkładu pierwszej cyfry znaczącej. Osobne analizy przeprowadzone dla poszczególnych spółek wykazały różnicę tylko dla jednej spółki.

Badanie, którego wyniki przedstawiono w drugim artykule⁸⁰ miało znacznie szerszy zakres. Autor wykorzystał w nim dane ze sprawozdań finansowych 126 spółek notowanych na GPW w Warszawie, podzielonych na dwie grupy. Pierwszą grupę stanowiły spółki, których sprawozdania finansowe z lat 2010-2021 spotkały się z zastrzeżeniami Komisji Nadzoru Finansowego i w wielu

75 Durtschi C., Hillison W., Pacini C. (2004). *The effective use of Benford's law to assist in detecting fraud in accounting data*, „Journal of Forensic Accounting”, Vol. V, s. 17-33.

76 Nigrini M.J., Mittermaier L.J. (1997). *The use of Benford's law as an aid in analytical procedures*, Auditing: A Journal of Practice & Theory, Vol. 16, No. 2, s. 52-67; Nigrini M.J. (2011). *Forensic Analytics. Methods and Techniques for Forensic Accounting Investigations*, Wiley, New Jersey; Nigrini M.J. (2012). *Benford's Law: Applications for Forensic Accounting, Auditing, and Fraud Detection*, Wiley, New Jersey.

77 Yang S., Wei L. (2010). *Detecting money laundering using filtering techniques: A multiple-criteria index*, „Journal of Economic Policy Reform”, 13(2), s. 159-178.

78 Corazza M., Ellero A., Zorzi A. (2010). *Checking financial markets via Benford's law: the S&P 500 case*. [w:] Corazza M., Pizzi C. (eds) *Mathematical and Statistical Methods for Actuarial Sciences and Finance*, Springer, Milano.

79 Baryła M. (2017). *Analiza rozkładu pierwszej cyfry znaczącej danych finansowych wybranych spółek z sektora mediów notowanych na GPW w Warszawie*, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu nr 469.

80 Sylwestrzak M. (2023). *Applying Benford's law to detect earnings management*, „Journal of Economics and Management”, Vol. 45.

przypadkach skutkowały nałożeniem kar finansowych. Można założyć, że były to spółki podejrzane o manipulację danymi sprawozdawczymi. Druga grupa spółek stanowiła zbiór kontrolny badania i obejmowała podmioty, do sprawozdań których, nie zgłaszano uwag. Badanie wykazało występowanie istotnych różnic, co do zgodności danych dwóch zbiorów, odnoszących się do zdefiniowanych wyżej grup spółek z rozkładem Benforda. Najciekawszym wynikiem było jednak stwierdzenie, że większą zgodnością z rozkładem Benforda charakteryzowały się dane z grupy spółek podejrzanych o manipulację w sprawozdaniach finansowych. Jest to zaskakujący wniosek, przeciwny do wniosków z innych tego typu badań, co zostało przez autora określone jako mające kluczowe znaczenie dla praktyki i wnoszące znaczący wkład do badań w tym obszarze.

2. Metodyka

Zgodnie z prawem Benforda prawdopodobieństwo $P(k)$ wystąpienia cyfry k (od 1 do 9) na pierwszym miejscu liczby w danym zbiorze, można wyliczyć ze wzoru (1):

$$P(k) = \log_{10} \left(1 + \frac{1}{k} \right) \quad (1)$$

gdzie:

$$k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$$

Prawdopodobieństwo $P(_k)$ wystąpienia cyfry k (od 0 do 9) na drugim miejscu liczby w danym zbiorze, można natomiast wyliczyć ze wzoru (2):

$$P(_k) = \sum_{i=1}^9 \log_{10} \left(1 + \frac{1}{10i+k} \right) \quad (2)$$

gdzie:

$$k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$$

Wartości prawdopodobieństw wystąpienia cyfr 1, ..., 9 jako pierwszych w liczbie, wyliczone zgodnie ze wzorem (1), zostały przedstawione w tabeli 1.

Tabela 1. Funkcja rozkładu prawdopodobieństwa zgodnego z prawem Benforda

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P(k)$	0,3010	0,1761	0,1249	0,0969	0,0792	0,0669	0,0580	0,0512	0,0458

Źródło: obliczenia własne.

Należy zaznaczyć, że chcąc analizować zbiór danych pod kątem zgodności lub niezgodności z rozkładem Benforda, zbiór ten powinien spełniać kilka podstawowych warunków⁸¹:

1. Dane powinny być generowane w wyniku naturalnych procesów, np. prowadzonej działalności gospodarczej, nie mogą być liczbami ustalonymi, jak np. numerami kodów czy faktur.
2. Dane powinny być w tych samych jednostkach.
3. Liczby w nim zawarte nie powinny mieć formalnych ograniczeń co do wielkości.

Do weryfikacji hipotez o zgodności danego rozkładu cyfr z rozkładem Benforda można stosować m.in. takie testy, jak: test U dla wskaźnika struktury (zwany też testem Z), test zgodności chi-kwadrat, test zgodności Kołmogorova-Smirnowa. W artykule wykorzystano dwa pierwsze z wymienionych wyżej testów.

Test U dla wskaźnika struktury⁸² pozwala na sprawdzenie czy odsetek danej cyfry k występującej na pierwszej (lub drugiej) pozycji w liczbach w danym zbiorze nie różni się istotnie od odsetka określonego dla tej cyfry w rozkładzie Benforda⁸³. Statystyka testowa przyjmuje postać⁸⁴:

$$U_k = \frac{|ap_k - ep_k|}{\sqrt{\frac{ep_k(1 - ep_k)}{n}}} \quad (3)$$

gdzie:

ap_k – frakcja wystąpień cyfry k na pierwszej (lub drugiej) pozycji w liczbach danego zbioru,

ep_k – frakcja wystąpień cyfry k na pierwszej (lub drugiej) pozycji w rozkładzie Benforda,

$k = 1, \dots, 9$ w przypadku testowania wystąpienia cyfr jako pierwszych w liczbach

n – liczebność zbioru danych.

Statystyka U ma, przy założeniu prawdziwości hipotezy zerowej, rozkład asymptotycznie normalny $N(0, 1)$.

81 Sasin R. (2013). *Prawo Benforda i jego zastosowanie do wykrywania nieprawidłowości i nadużyć*, „Kontrola Państwowa”, nr 5, s. 32-43.

82 Domański C. (1990). *Testy statystyczne*, PWE, Warszawa, s. 95.

83 Hipoteza zerowa orzeka, że obie frakcje są równe, wobec hipotezy alternatywnej mówiącej o ich nierówności.

84 Proponowane są też inne funkcje testowe będące modyfikacją wzoru (3) – Domański C. (1990). *Testy statystyczne*, PWE, Warszawa, s. 95.

Test zgodności chi-kwadrat służy do weryfikacji hipotezy o tym, że rozkład prawdopodobieństwa pewnej cechy (w tym przypadku wystąpienia cyfr od 1 do 9 na pierwszym miejscu w liczbach) w badanej zbiorowości jest rozkładem określonego typu, w tym przypadku zgodnym z rozkładem Benforda⁸⁵. Sprawdzian testu jest określony wzorem (4)^{86,87}:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^9 \frac{(na_i - ne_i)^2}{ne_i} \quad (4)$$

gdzie:

na_i – liczba wystąpień cyfry i na pierwszym miejscu w liczbach badanej zbiorowości,

ne_i – oczekiwana liczba wystąpień cyfry i na pierwszym miejscu w liczbach badanej zbiorowości przy założeniu rozkładu Benforda.

Statystyka określona wzorem (4), przy założeniu prawdziwości hipotezy zerowej, ma rozkład dążący (przy liczebności zbiorowości $\rightarrow \infty$) do rozkładu chi-kwadrat o 8 stopniach swobody. Do oceny zgodności danego rozkładu cyfr z rozkładem Benforda można też wykorzystać wartość średniego odchylenia bezwzględnego (MAD, ang. *Mean Absolute Deviation*) między frakcjami wystąpień kolejnych cyfr na pierwszej pozycji w liczbach danego zbioru a analogicznymi frakcjami w rozkładzie Benforda [ap_k i ep_k , por. wzór (3)]. Należy jednak zaznaczyć, że w tym przypadku nie istnieją obiektywne wartości krytyczne pozwalające na odrzucenie hipotezy o zgodności rozkładów, określone wartości są natomiast postulowane w literaturze⁸⁸.

3. Charakterystyka danych i wyniki badania

Podstawą przeprowadzonych badań empirycznych były dane pochodzące z rocznych jednostkowych sprawozdań finansowych (bilansu oraz rachunku zysków i strat) banków notowanych na GPW w Warszawie. Badaniem objęto (w nawiasach podano skrótowe nazwy wykorzystane w prezentacji wyników w tabeli i na wykresie): Alior Bank (ALR), BNP Paribas Bank Polska (BNP), Bank Ochrony Środowiska (BOS), Getin Noble Bank (GNB), Bank Handlowy w Warszawie (BHW), ING Bank Śląski (ING), mBank (MBK), Millennium Bank

⁸⁵ Hipoteza zerowa zakłada, że badana zbiorowość ma rozkład zgodny z założonym.

⁸⁶ Domański C. (1990). *Testy statystyczne, PWE, Warszawa*, s. 61.

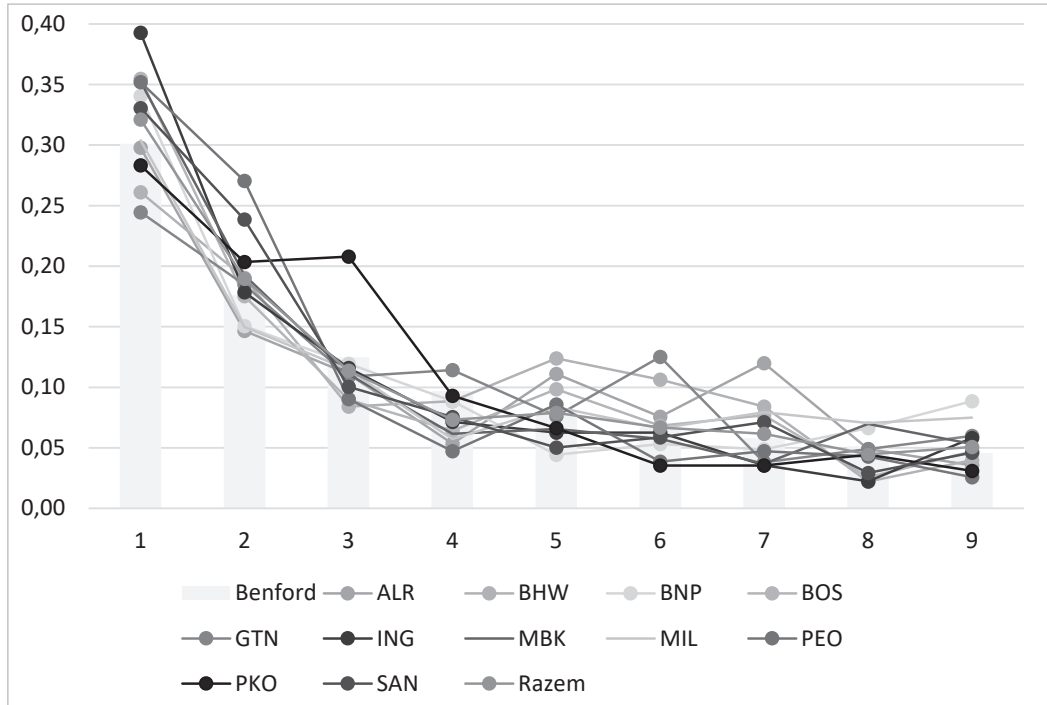
⁸⁷ Analogiczny wzór można zapisać dla badania rozkładu wystąpienia cyfr od 0 do 9 na drugiej pozycji w liczbie.

⁸⁸ Nigrini M.J. (2012). *Benford's Law: Applications for Forensic Accounting, Auditing, and Fraud Detection*, Wiley, New Jersey.

(MIL), Bank PEKAO (PEO), PKO Bank Polski (PKO), Santander Bank Polska (SAN). Dane finansowe zostały pobrane z serwisu EMIS i obejmowały lata 2018-2022, w przypadku Getin Noble Banku okres 2018-2021.

Na wykresie 1 przedstawiono frakcje wystąpień kolejnych cyfr jako wiodących w danych dla poszczególnych banków i ogółem w całym zbiorze (2 488 obserwacji) na tle rozkładu Benforda.

Wykres 1. Rozkład pierwszej cyfry w danych finansowych banków i według prawa Benforda



Źródło: obliczenia własne.

Na wykresie 1 widoczne są rozbieżności między rozkładami pierwszej cyfry dla niektórych banków a rozkładem Benforda. W celu ich dokładnej oceny zastosowano testy wskaźnika struktury i chi-kwadrat, wyniki przedstawiono w tabeli 2. W badaniu założono poziom istotności 0,05.

Tabela 2. Wyniki badania zgodności danych finansowych banków z rozkładem Benforda dla pierwszej cyfry znaczącej

Cyfra	ALR	BHW	BNP	BOS	GTN	ING	MBK	MIL	PEO	PKO	SAN	Razem
	Wartości statystyki <i>U</i>											
1	0,11	1,31	1,30	1,79	1,67	3,00	1,75	0,10	1,69	0,58	0,99	2,19
2	1,16	0,56	1,01	0,04	0,31	0,10	0,68	1,04	3,78	1,08	2,53	1,78
3	0,63	1,86	0,25	1,63	0,67	0,40	0,67	0,47	1,61	3,77	1,15	1,69
4	2,21	0,43	0,43	1,70	0,79	1,29	1,87	2,02	2,56	0,20	1,13	4,01
5	1,77	2,49	1,94	1,08	0,16	0,92	0,79	0,25	0,38	0,71	1,66	0,07
6	0,52	2,36	0,83	0,09	3,15	0,27	0,60	0,05	1,73	1,90	0,52	0,05
7	3,98	1,68	0,60	1,24	1,16	1,43	1,41	1,37	0,70	1,45	0,87	0,75
8	0,15	1,98	1,04	1,77	0,14	1,96	1,31	1,32	0,57	0,47	1,53	1,48
9	0,73	0,43	3,07	0,09	0,91	0,88	0,56	2,10	1,46	1,06	0,02	1,17
χ^2	24,57	22,10	16,76	12,68	14,34	15,07	10,80	12,68	27,70	20,82	14,01	26,86
<i>n</i>	225	226	226	234	184	224	244	227	233	226	239	2488

Uwaga: kolorem oznaczono przypadki, dla których wartości statystyki testowej były wyższe od wartości krytycznych wynoszących (dla założonego poziomu istotności 0,05): 1,96 dla testu *U* oraz 15,51 dla testu chi-kwadrat.

Źródło: obliczenia własne.

Ocena zgodności danych finansowych banków z rozkładem Benforda dla pierwszej cyfry znaczącej jest niejednoznaczna. Hipotezę o zgodności należy odrzucić dla całego zbioru danych oraz dla 5 na 11 banków. W odniesieniu do poszczególnych cyfr, najwięcej niezgodności stwierdzono dla cyfry „4”. W przypadku dwóch banków (BOS i MBK), frakcja wystąpień każdej cyfry była zgodna z prawem Benforda.

Podsumowanie

Uzyskane wyniki wskazują, że zastosowanie prawa Benforda do badania sprawozdań finansowych prowadzi do niejednoznacznych wniosków. W przeprowadzonym badaniu niemal połowa zbiorów danych finansowych charakteryzowała się rozkładem pierwszej cyfry niezgodnym z rozkładem Benforda⁸⁹. Należy podkreślić, że stwierdzone rozbieżności między rozkładem Benforda a różnymi zbiorami liczb, zwłaszcza danych finansowych, nie przesądzają, że może to wynikać z prób manipulacji czy oszustwa. Może jednak stanowić przesłankę do wnikliwego przyjrzenia się takim zbiorom pod kątem możliwej

⁸⁹ Na przyjętym poziomie istotności 0,05.

manipulacji. Prawdziwe jest też stwierdzenie, że brak rozbieżności między rozkładami cyfr w danych finansowych i rozkładem Benforda nie oznacza, że dane te nie mogły być manipulowane.

Wyniki przeprowadzonego badania stanowią potwierdzenie tej niejednoznaczności we wnioskowaniu na podstawie stosowania prawa Benforda. Nie są znane żadne przesłanki, które mogłyby świadczyć o tym, że niektóre analizowane banki mogły prezentować manipulowane dane, podobnie nie można stwierdzić, że żaden z banków z pewnością tego nie robił. Warto jednocześnie przypomnieć, że w większości prowadzonych badań, w których stosowano prawo Benforda do analizy danych finansowych wskazywano, że zgodność rozkładu cyfr znaczących obserwuje się w przypadku podmiotów, co do których nie ma oficjalnych powodów mogących świadczyć o nierzetelności w przygotowywaniu sprawozdań (np. kar nakładanych przez organ nadzorujący rynek kapitałowy). Z drugiej strony pojawiają się również wyniki badań⁹⁰, na podstawie których wniosek formułowany przez autorów jest przeciwny – to w grupie spółek karanych za nieprawidłowości w przygotowywaniu sprawozdań finansowych obserwowano większą zgodność z prawem Benforda niż w porównywalnej grupie spółek, które takich kar nie otrzymywały.

Podsumowując, uzyskane wyniki badania w połączeniu z wynikami innych badań przedstawionych w literaturze wskazują, że wnioski wynikające z zastosowania prawa Benforda do wykrywania manipulacji w danych finansowych są często niejednoznaczne. To sugeruje, że zastosowanie prawa Benforda w praktyce w tym obszarze badań, może być mało efektywne.

90 Baryła M. (2017). *Analiza rozkładu pierwszej cyfry znaczącej danych finansowych wybranych spółek z sektora mediów notowanych na GPW w Warszawie*, „Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu” nr 469.

Bibliografia

1. Baryła M. (2017), *Analiza rozkładu pierwszej cyfry znaczącej danych finansowych wybranych spółek z sektora mediów notowanych na GPW w Warszawie*, „Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu” nr 469.
2. Benford F. (1938), *The Law of Anomalous Numbers*, „Proceedings of the American Philosophical Society”, Vol. 78, No. 4.
3. Corazza M., Ellero A., Zorzi A. (2010), *Checking financial markets via Benford's law: the S&P 500 case*, [w:] Corazza, M., Pizzi, C. (eds.) *Mathematical and Statistical Methods for Actuarial Sciences and Finance*, Springer, Milano.
4. Domański C. (1990), *Testy statystyczne*, PWE, Warszawa.
5. Durtschi C., Hillison W., Pacini C. (2004), *The effective use of Benford's law to assist in detecting fraud in accounting data*, „Journal of Forensic Accounting”, Vol. V.
6. Newcomb S. (1881), *Note on the Frequency of use of the Different Digits in Natural Numbers*, „American Journal of Mathematics”, Vol. 4, No. 1.
7. Nigrini M.J., Mittermaier L.J. (1997), *The use of Benford's law as an aid in analytical procedures*, „Auditing: A Journal of Practice & Theory”, Vol. 16, No. 2.
8. Nigrini M.J. (2011), *Forensic Analytics. Methods and Techniques for Forensic Accounting Investigations*, Wiley, New Jersey.
9. Nigrini M.J. (2012), *Benford's Law: Applications for Forensic Accounting, Auditing, and Fraud Detection*, Wiley, New Jersey.
10. Sasin R. (2013), *Prawo Benforda i jego zastosowanie do wykrywania nieprawidłowości i nadużyć*, „Kontrola Państwowa” nr 5.
11. Sylwestrzak M. (2023), *Applying Benford's law to detect earnings management*, „Journal of Economics and Management”, Vol. 45.
12. Yang S., Wei L. (2010), *Detecting money laundering using filtering techniques: A multiple-criteria index*, „Journal of Economic Policy Reform”, 13(2).

Spis tabel

- | | |
|---|----|
| 1. Tabela 1. Funkcja rozkładu prawdopodobieństwa zgodnego z prawem Benforda | 46 |
| 2. Tabela 2. Wyniki badania zgodności danych finansowych banków z rozkładem Benforda dla pierwszej cyfry znaczącej | 50 |

Spis wykresów

- | | |
|---|----|
| 1. Wykres 1. Rozkład pierwszej cyfry w danych finansowych banków i według prawa Benforda | 49 |
|---|----|